

Краткое изложение заявки

Гладкая Анна Владимировна

Проведенные и планируемые исследования относятся к построению точных неравенств теории приближения целыми функциями конечной степени и сплайнами.

Темой проведенных исследований являлись целые функции, наименее уклоняющиеся от нуля. Работа [1] содержит обобщение классических результатов П.Л.Чебышева и С.Н.Бернштейна о полиномах, наименее уклоняющихся от нуля с весом, на целые функции экспоненциального типа. Предъявлена функция, наименее уклоняющаяся от нуля среди целых функций степени σ в равномерной метрике с весом $1/\rho_m$, где ρ_m четная, положительная на вещественной оси функция класса Картрайт, степени $m < \sigma$.

Дальнейшие результаты на эту тему были получены в соавторстве с О.Л. Виноградовым и будут опубликованы [2]. В работе были построены функции, наименее уклоняющиеся от нуля в равномерной и интегральной метриках среди целых функций степени σ с весами $1/\rho_m$ и $|\cdot|/\rho_m$, где ρ_m положительная на вещественной оси функция класса Картрайт, степени $m \leq \sigma$. Доказательства теорем в равномерной метрике основаны на исследовании плотности точек весового альтернанса, а доказательства теорем в интегральной метрике на ортогональности знаков построенных функций целым функциям меньшей степени с весом.

Будущие исследования будут посвящены приближениям непериодическими сплайнами.

Ахиезером, Крейном и Фаваром был построен линейный метод для приближения функций тригонометрическими полиномами. Атем Ахиезер и Крейн распространили этот результат на приближение целыми функциями конечной степени. Для приближения периодических функций сплайнами минимального дефекта известны точные соотношения типа Ахиезера-Крейна-Фавара. Среди них есть результаты В.М.Тихомирова, А.А.Лигуна, Н.П.Корнейчука. В работе [3] О.Л. Виноградовым построены линейные операторы (аналоги сумм Ахиезера-Крейна-Фавара), реализующие точную константу для периодического случая, и установлены неравенства типа Ахиезера-Крейна-Фавара для отклонений этих операторов.

Мои дальнейшие планы состоят в переносе этих результатов на случай непериодических сплайнов. Требуется построить оператор, для которого выполнены неравенства типа Ахиезера-Крейна-Фавара. В периодическом случае построение опирается на технику неприменимую для непериодического случая, в частности, подсчет нулей.

Затем, используя схему из серии работ О.Л.Виноградова и В.В.Жука, на основе полученного оператора предполагается построить линейные операторы, с помощью которых можно установить неравенства типа Джексона для приближений сплайнами и модулей непрерывности высоких порядков. Константы в этих неравенствах будут меньше ранее известных. Аналогично периодическому случаю естественно ожидать, что сплайновые операторы будут в определенном смысле стремиться к классическому оператору Ахиезера-Крейна-Фавара со значениями в пространстве целых функций конечной степени.

Список литературы

- [1] А. В. Гладкая. *Целые функции, наименее уклоняющиеся от нуля в равномерной метрике с весом*. Записки научных семинаров ПОМИ 416 (2013), 98–107, СПб.
- [2] О. Л. Виноградов, А. В. Гладкая. *Целые функции, наименее уклоняющиеся от нуля в равномерной и интегральной метриках с весом*. Алгебра и анализ 26(№6) (2014), 10–28, СПб.
- [3] О. Л. Виноградов. *Аналог сумм Ахиезера-Крейна-Фавара для периодических сплайнов минимального дефекта*. Проблемы математического анализа 25 (2003), 29–56.