ВСТРЕЧА ПОКОЛЕНИЙ
Конференция фонда Дмитрия Зимина «ДИНАСТИЯ»

9-11 июня 2015 года, Москва, НМУ, конференц-зал

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Сергей Иванович Адян
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

Жизнь в математике.

Анатолий Моисеевич Вершик
Санкт-Петербургское отделение Математического института им.В.А.Стеклова РАН, Санкт-Петербургский государственный университет и Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича

Несколько слов о математике.

Владимир Михайлович Тихомиров
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Кто напишет обзор математики второй половины XX века? Отправляясь от статей А.Н.Колмогорова «Математика» в БСЭ, хочу дать краткий обзор математики от истоков до 1950 года. Возникает вопрос: кто напишет обзор математики второй половины XX века?

Роман Авдеев
Научно-практический центр математического просвещения

Пространства модулей в теории сферических многообразий. Сферические многообразия занимают видное место в теории алгебраических групп преобразований. До недавнего времени основным способом получения новой информации об этих многообразиях было непосредственное изучение их геометрии. В 2005 году Алексеевым и Брионом был введён принципиально новый инструмент изучения сферических многообразий – так называемое пространство модулей аффинных сферических многообразий с фиксированной полугруппой старших весов. В докладе планируется обсудить важнейшие результаты о сферических многообразиях, полученные с помощью этого инструмента.

Екатерина Алексеенко
Балтийский Федеральный университет им. И.Канта

Свойства и явные уравнения оптимальных кривых рода 3. В работе изучены свойства максимальных и минимальных кривых рода 3 над конечными полями с дискриминантами -19, -43, -67, -163, а также получены явные уравнения таких кривых двумя способами: с помощью функциональных полей и с помощью представления группы автоморфизмов кривой.

Алексей Ананьевский
Санкт-Петербургский государственный университет, лаборатория им. П.Л.Чебышева

Мотивный аналог теоремы Серра о конечности гомотопических групп сфер. Мотивная теория гомотопий (также называемая теорией A1-гомотопий), предложенная Владимиром Воеводским и Фабьеном Морелем, позволяет систематически применять классические методы теории гомотопий (теория препятствий, башни Постникова, представимость теорий когомологий, ...) в алгебро-геометрическом контексте. В докладе будет дано неформальное введение в предмет и рассказаны некоторые результаты о мотивных стабильных гомотопических группах сфер, в частности, недавно полученное совместно с И.А.Паниным и М.Левинем рациональное описание этих групп.

Алексей Балицкий
Московский физико-технический институт

Бильярды в выпуклых телах в асимметричной норме. Рассматривается динамическая система, представляющая собой бильярд в выпуклом теле, расположенном в анизотропном пространстве, т.е. закон отражения от границы тела задаётся произвольной (даже не обязательно симметричной) нормой двойственного пространства. В докладе будут затронуты некоторые элементарно-геометрические вопросы, связанные с вычислением длины кратчайшей замкнутой бильярдной траектории в такой ситуации. Также будут обсуждаться связи этой темы с симплектической геометрией и одной гипотезой выпуклой геометрии — гипотезой Малера 1930 года.

Михаил Бондарко
Санкт-Петербургский государственный университет

Весовые структуры и триангулированные категории мотивов. Часто важные канонические (и функториальные) объекты вычисляются при помощи неканонических конструкций. Проективные, инъективные и другие резольвенты позволяют строить производные функторы. «Хорошие компактификации» и гладкие гиперпокрытия алгебраических многообразий позволяют строить спектральные последовательности и фильтрации весов по Делиню.

Почему эти неканонические конструкции дают «хороший результат»? Во многих случаях ответ на этот вопрос дает теория весовых структур для триангулированных категорий. В докладе я опишу основные понятия этой теории и упомяну ряд примеров (в основном - «мотивных», в том числе - «новых»$>$.

Петр Бородин
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Проблема выпуклости чебышевских множеств. Речь идет о до сих пор не решенной проблеме, сформулированной в конце 1950-х гг. Н.В.Ефимовым, С.Б.Стечкиным и В.Кли: всякое ли чебышевское множество в гильбертовом пространстве выпукло? Чебышевским называется множество, для любой точки вне которого в этом множестве существует и единственна ближайшая точка. Будет рассказано об основных результатах, полученных к настоящему времени в связи с этой проблемой.

Екатерина Булинская
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Новые эффекты поведения ветвящегося случайного блуждания при наличии катализаторов Наряду с обзором недавних публикаций исследователей из России, Великобритании, Франции и Германии, большое внимание уделяется новым работам автора. В этих работах с помощью разнообразной вероятностно-аналитической техники устанавливаются предельные теоремы для локальных и общих численностей частиц ветвящегося случайного блуждания по произвольному счетному множеству при наличии семейства катализаторов. Основное внимание уделяется сильным версиям предельных теорем (утверждающим сходимость определенных случайных векторов почти наверное). Новые эффекты проявляются при сложных режимах, управляющих ветвлением и катализом.

Алексей Буфетов
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича

Асимптотика представлений классических групп Ли Пусть даны два неприводимых представления группы $U(N)$. Рассмотрим разложение (кронекеровского) тензорного произведения этих представлений на неприводимые. Оказывается, что при N стремящемся к бесконечности для этого разложения выполнен закон больших чисел — большинство получающихся представлений близки к некоторому детерминированному. Я расскажу про этот и похожие результаты, а также о взаимосвязи этих задач с моделями случайных замощений.

Андрей Войнов
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Компактные полугруппы аффинных операторов Задано некоторое семейство аффинных операторов $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_k\}$, действующих в пространстве $\mathbb{R}^n$. Будем называть такое семейство *ограниченным*, если орбита любой точки $x \in \mathbb{R}^n$ под их действием ограничена. Ограниченность семейства операторов равносильна наличию инвариантного выпуклого тела – выпуклого компакта $G \subset \mathbb{R}^n$ с непустой внутренностью такого, что $AG \subset G$ для всякого $A \in \mathcal{A}$. Обозначим через $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ полугруппу, порожденную композициями операторов из $\mathcal{A}$. Такого типа полугруппы возникают, например, при исследовании самоаффинных множеств, в задачах классификации полугрупп неотрицательных матриц и других областях.

Нас будет интересовать вопрос, при каких условиях семейство $\mathcal{A}$ порождает полугруппу, содержащую операторы сколь угодно малой нормы. Под нормой аффинного оператора в $\mathbb{R}^n$ мы подразумеваем норму его линейной части. Формально, мы называем семейство $\mathcal{A}$ *сжимающим*, если для всякого $\varepsilon > 0$ в полугруппе $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ найдется оператор с нормой линейной части, меньшей ε. Несжимаемость тесно связана с некоторыми спектральными характеристиками полугрупп операторов, данное свойство важно проверять, например, в теории функциональных уравнений самоподобия. Оказывается верным следующее утверждение:

Теорема 1. *Задано несжимающее семейство $\mathcal{A}$ аффинных операторов, действующих в $\mathbb{R}^n$. Тогда найдется инвариантное относительно всех операторов из $\mathcal{A}$ аффинное подпространство $L \subset \mathbb{R}^n$. В ограничении на это подпространство семейство $\mathcal{A}$ сжимающее. Более того, L пересекает инвариантное тело G семейства $\mathcal{A}$.*

Инвариантное подпространство может быть и точкой. Например, если рассмотреть $\mathcal{A} = O(n)$, то инвариантным подпространством будет точка 0, а инвариантным телом G – единичный шар.

В докладе будут изложены идеи доказательства теоремы. Будет показано, как из нее можно получить критерий наличия положительного элемента в полугруппе неотрицательных матриц, то есть матриц с неотрицательными элементами. Также в качестве следствия будет получена теорема о существовании многогранного сечения у любого самоаффинного тела.

Илья Вьюгин
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича и Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Число решений полиномиального уравнения в поле $\mathbb{F}_p$ и некоторая модификация аддитивной энергии. Рассмотрим поле $\mathbb{F}_p$ вычетов по простому модулю p и подгруппу $G \subset \mathbb{F}_p^*$ мультипликативной группы поля $\mathbb{F}_p$, порядка $|G|$. В докладе будет представлена верхняя оценка числа решений уравнения

$$P(x, y) = y^n + f_{n-1}(x)y^{n-1} + \ldots + f_0(x) = 0, \quad \deg f_i(x) \leqslant m, \quad i = 0, \ldots, n-1$$

в поле $\mathbb{F}_p$ таких, что $x, y \in G$. Будет показано, что, если $P(0,0) \neq 0$, $100(mn)^{3/2} < |G| < \frac{1}{3}p^{3/4}$, то число таких пар (x, y) не превосходит величины $16mn(m+n)|G|^{2/3}$.

Кроме этого будет рассмотрена некоторая модификация аддитивной энергии. Рассмотрим следующую величину

$$E_P(G) = |\{(x, y, z, t) \mid P(x, y) = P(z, t), \;\; x, y, z, t \in G\}|.$$

Будет представлена оценка величины $E_P(G) < C|G|^{5/2}$, если $P(x, y)$ – однородный полином.

Результаты опубликованы в препринте:

[1] Ilya Vyugin, Sergey Makarychev, On the number of solutions of polynomial equation over $\mathbb{F}_p$ // arXiv:1504.01354

Александр Гайфуллин
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН и Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Аналитическое продолжение функции объёма симплекса и гипотеза о кузненых мехах в пространствах Лобачевского. Стандартным объектом гиперболической геометрии является функция, вычисляющая объём n-мерного симплекса в пространстве Лобачевского по набору его двугранных углов. Другая функция, тесно связанная с предыдущей, вычисляет объём n-мерного симплекса по набору гиперболических косинусов длин его рёбер. В 1977 году Аомото показал, что эта функция продолжается до многозначной аналитической функции Φ на $\mathbb{C}^{n(n+1)/2}$ и описал её множество ветвления. В докладе будет получено следующее свойство многозначной аналитической функции Φ. Пусть $C_n \subset \mathbb{C}^{n(n+1)/2}$ - множество всех векторов гиперболических косинусов длин рёбер ограниченных невырожденных n-мерных симплексов в пространстве Лобачевского. Мы покажем, что если n чётно, то любая ветвь многозначной функции Φ на множестве C_n вещественна, а если n нечётно, то для любых двух ветвей многозначной функции Φ на множестве C_n либо их разность, либо их сумма чисто мнима. В качестве следствия этого результата мы докажем гипотезу о кузнечных мехах в нечётномерных пространствах Лобачевского, которая утверждает, что объём любого изгибаемого многогранника постоянен в процессе изгибания.

Олег Герман
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Диофантовы приближения и принцип переноса. В теории диофантовых приближений есть задачи, в определённом смысле двойственные. Эта двойственность описывается классическим для этой науки принципом переноса. Первооткрывателем этого принципа был А.Я.Хинчин. Впоследствии К.Малер доказал общую теорему, покрывающую большинство существующих теорем переноса. Мы расскажем об одном улучшении этой теоремы, полученном пару лет назад.

Павел Затицкий
Санкт-Петербургский государственный университет, лаборатория им. П. Л. Чебышева и Санкт-Петербургское отделение Математического института им.В.А.Стеклова РАН

О масштабирующей энтропийной последовательности динамической системы. Масштабирующая энтропийная последовательность характеризует скорость роста эпсилон-энтропий усреднений метрик под действием автоморфизма или группы автоморфизмов на вероятностном пространстве. В конце 90-х Вершиком в качестве развития классического подхода было предложено рассматривать метрические инварианты динамических систем, основанные на динамике функций нескольких переменных. В частности, было предложено рассматривать динамику метрик, рассматриваемых как измеримые функции двух переменных, а в качестве простейших параметров, характеризующих их динамику, было предложено брать эпсилон-энтропии усредненных под действием преобразований метрик. Вершиком была высказана гипотеза о том, что в некотором классе метрик скорость роста эпсилон-энтропий усреднений не зависит от выбора самой метрики. Оказалось, что если для некоторой усредняемой mod 0 сепарабельной метрики скорость роста эпсилон-энтропий слабо зависит от эпсилон, то и для любой другой усредняемой mod 0 сепарабельной метрики скорость роста эпсилон-энтропий будет та же. Тем самым, гипотеза Вершика нашла свое подтверждение в данной ситуации, и масштабирующую энтропийную последовательность можно определять с помощью любой mod 0 сепарабельной метрики.

Михаил Игнатьев
Самарский государственный университет

Бесконечные каскады Костанта. Рассматриваются нильрадикалы борелевских подалгебр бесконечномерных простых алгебр типа A и C. В конечномерном случае центры их универсальных обёртывающих алгебр описываются с помощью так называемых каскадов Костанта - геометрической конструкции, связанной с системами корней. В докладе будет показано, что обобщение этой конструкции на бесконечномерые алгебры позволяет описать их центры и в этом случае.

Дмитрий Кориков
Санкт-Петербургский государственный университет

Асимптотика решений волнового уравнения в области с малым отверстием. В цилиндре $\{(x,t):\ x \in \Omega(\varepsilon),\ t \in \mathbb{R}\}$, основанием которого является ограниченная область $\Omega(\varepsilon)$ с малым отверстием (диаметр отверстия равен ε), рассматривается волновое уравнение с однородным условием Дирихле на границе. Выводится асимптотика решения при стремлении параметра ε к нулю. Рассматриваемая ситуация представляет собой простейший пример гиперболической краевой задачи в сингулярно возмущенной области.

Для описания асимптотики решений используется метод составных асимптотических разложений. Асимптотика решения составляется из решений "предельных задач не зависящих от параметра ε. Для области с малым отверстием таких предельных задач две.

Специфика рассматриваемой в работе ситуации состоит в том, что одна из предельных задач является гиперболической. Поэтому при описании асимптотики её решения приходится применять технику и результаты из теории гиперболических краевых задач в областях с кусочно гладкой границей. Поведение длинных волн описывается методом составных асимптотических разложений. Вклад коротких волн (длина которых сопоставима с диаметром малого отверстия), оказывается пренебрежимо малым за счет гладкости правой части волнового уравнения по времени.

Развитый подход может быть использован для значительно более широкого круга гиперболических задач в сингулярно возмущенных областях.

Михаил Коробков
Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения РАН

Обобщение теоремы Морса-Сарда на случай отображений соболевских пространств и ее приложения в гидродинамике. Получено положительное решение одной из классических задач гидродинамики — так называемой проблемы Лерэ, которая оставалась открытой более 80 лет (начиная со знаменитой публикации Жана Лерэ 1933 г.). А именно, в классе плоских и осесимметричных пространственных течений доказана разрешимость краевой задачи для стационарной системы уравнений Навье-Стокса в ограниченных областях с неоднородными граничными данными, при необходимом и достаточном условии равенства нулю суммарного потока [1].

Напомним, что по закону сохранения массы суммарный поток (т.е. сумма потоков жидкости через все компоненты границы области) должен быть равен нулю, это необходимое условие разрешимости. Однако сам Лерэ доказал существование решения задачи при более сильном предположении, что поток жидкости через каждую компоненту границы равен нулю (данное условие означает отсутствие источников и стоков). Случай, когда равен нулю лишь суммарный поток (т.е. когда допускаются источники и стоки), остался неразобранным, и вопрос о существовании (или не существовании) решения при этом условии получил в научном сообществе наименование проблема Лерэ, привлекавшей в последующие десятилетия усилия многих выдающихся математиков.

Основным инструментом в работе является теорема Морса-Сарда для соболевских функций $W_1^2(R^2)$, см. [2]. Эта теорема гарантирует, что почти все линии уровня таких функций являются C^1 гладкими кривыми. Парадоксальность результата в том, что сама функция может при этом не быть C^1-гладкой. Этот результат применяется при изучении регулярности линий тока.

[1] M.V. Korobkov, K. Pileckas and R. Russo: Solution of Leray problem for stationary Navier-Stokes equations in plane and axially symmetric spatial domains // Annals of Math., Vol.181 (2015), no. 2, 769-807. http://dx.doi.org/10.4007/annals.2015.181.2.7

[2] Bourgain J., Korobkov M.V., Kristensen J.: On the Morse– Sard property and level sets of Sobolev and BV functions // Rev. Mat. Iberoam., vol.29 (2013), no. 1, 1-23. http://dx.doi.org/10.4171/RMI/710

Александр Маслей
Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения РАН

О числах Йоргенсена и их аналогах для групп узлов и орбифолдов. Для произвольной дискретной двупорожденной подгруппы группы $PSL(2, \mathbb{C})$ определены числа Йоргенсена, Геринга — Мартина — Тана и Тана. Эти числа возникают в необходимых условиях дискретности двупорожденных групп. В докладе будут представлены результаты о свойствах, точных значениях и двусторонних оценках этих чисел для группы узла восьмерка и групп гиперболических орбифолдов с сингулярностями вдоль узла восьмерка. Доклад основан на совместной работе с А.Ю. Весниным.

Наталья Маслова
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения РАН, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина

Конечные группы с арифметическими ограничениями на максимальные подгруппы.В теории групп "арифметическими"принято называть свойства группы, которые определяются ее числовыми параметрами такими, как порядок группы и набор его простых делителей, порядки элементов, порядки подгрупп, степени неприводимых представлений, различные pi-свойства (свойства группы, связанные с некоторым множеством простых чисел pi, например, теоремы силовского типа) и т.д. Термин «нормальное строение группы» характеризует такие инварианты группы, как наборы композиционных и главных факторов с учетом особенностей действия группы на этих факторах. В настоящем докладе будет затронуты вопросы о влиянии различных арифметических ограничений, налагаемых на максимальные подгруппы конечной группы, на ее нормальное строение.

Андрей Миронов
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

Коммутирующие дифференциальные операторы с полиномиальными коэффициентами и автоморфизмы первой алгебры Вейля. Мы обсудим новые результаты о коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторах ранга два. В частности, мы укажем связь между собственными функциями одномерного оператора Шредингера с полиномиальными потенциалами степеней 3 и 4 и собственными функциями ранга два коммутирующих дифференциальных операторов. Мы также обсудим действие группы автоморфизмов первой алгебры Вейля на коммутирующих операторах с полиномиальными коэффициентами. Мы показываем, что в случае спектральных кривых рода один пространство орбит бесконечно, а также, что существуют гиперэллиптические спектральные кривые с бесконечным числом орбит.

Результаты получены совместно с Б.Т.Сапарбаевой и А.Б.Жегловым.

Александр Мкртчян
Сибирский федеральный университет

Аналитическая продолжимость кратных степенных рядов. Аналитические функции играют важную роль в математике и различных науках точного естествознания. Они составляют пласт математики, лежащий на стыке между точными вычислениями и приближенными. Один из способов идентификаций аналитической функции основан на разложении ее в степенной ряд. На языке коэффициентов ряда можно описывать свойства аналитической функции, важнейшим из которых является свойство аналитической продолжимости ряда за пределы его области сходимости. Такая проблематика аналитического продолжения активно исследовалась в прошлом столетии в работах Адамара, Линделефа, Пойа и многих других известных математиков. Наиболее эффективные и завершенные результаты были получены для задач, когда коэффициенты степенного ряда интерполируются значениями $f(n)$ целой функции f в точках $n \in \mathbb{N}$.

Цель моего исследования состоит в поиске многомерных аналогов теорем Пойа и Аракеляна об аналитическом продолжении степенного ряда через некоторые точки из границы его области сходимости. В частности, найдены условия для продолжимости суммы ряда в секторальную область. Основную роль в доказательствах играет множество линейных мажорант для логарифма модуля интерполирующей функции. Семейство таких мажорант дает более полную информацию о росте целой функции, чем общепринятая индикатриса роста этой функции. Исследования также показали, что иногда целесообразно интерполировать коэффициенты другим классом функций, а именно, мероморфными функциями.

Игорь Нетай
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича РАН

Функциональные уравнения Хирцебруха. В докладе мы рассмотрим функциональные уравнения Хирцебруха, определяющие мультипликативность рода Хирцебруха относительно проективизаций комплексных векторных расслоений на стабильно комплексных многообразиях. Мы классифицируем решения уравнения для $n = 3$ и сформулируем некоторые результаты о решениях в функциях Бейкера–Ахиезера для произвольного n.

Доклад по совместной работе с В.М.Бухштабером.

Федор Нилов
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

О новых конструкциях в проблеме Бляшке-Бола. Мы построим несколько новых конструкций гексагональных 3-тканей, образованных линейными, квадратичными и кубическими семействами окружностей, что является продвижением в решении проблемы Бляшке–Бола (1938 г.). Также мы дадим обзор известных результатов и сформулируем некоторые открытые задачи.

Федор Пахомов
Математический институт им. В.А.Стеклова РАН

Элементарные теории полимодальных алгебр доказуемости. Модальная логика доказуемости Гёделя-Лёба GL отражает понятие формализованной доказуемости в широком классе формальных теорий и в частности первопорядковой арифметике Пеано, эта логика позволяет изучать свойства формальных теорий, родственные второй теореме Гёделя о неполноте. Г.К. Джапаридзе было предложено её полимодальное расширение GLP, позволяющее одновременно говорить о формализованных доказуемостях в нескольких теориях. Всякой модальной логике соответствует класс модальных алгебр. Как показали С.Н. Артемов и Л.Д. Беклемишев элементарная теория свободной, конечно порожденной GL-алгебры разрешима, только если число порождающих равно 0, что означает, что алгебра порождена из констант. Будет рассказано о результате обобщающем этот результат на GLP-алгебры и GLP_n-алгебры, где GLP_n — это фрагмент GLP, в котором есть только первые n модальностей.

Александр Перепечко
Санкт-Петербургский государственный университет

Группы автоморфизмов аффинных поверхностей. Аффинные алгебраические многообразия являются базовыми объектами алгебраической геометрии. Описание их групп автоморфизмов является нетривиальной задачей даже в случае поверхностей. Мы представим метод изучения автоморфизмов поверхностей при помощи граничного дивизора пополнения и с его помощью опишем группы автоморфизмов в зависимости от типа поверхности, задаваемого действиями аддитивной группы поля.

Виктор Пржиялковский
Математический институт им. В.А.Стеклова РАН

Торические модели Ландау—Гинзбурга. В докладе будет обсуждаться понятие торической модели Ландау—Гинзбурга, то есть многочлена Лорана, который, по одной из версий гипотезы зеркальной симметрии, можно сопоставить многообразию Фано (то есть алгебраическому многообразию, чье мультиканоническое расслоение задает вложение в проективное пространство). Это понятие во многих случаях позволяет построить много (гипотетических) примеров зеркального соответствия, во многом сведя геометрию к комбинаторике. С другой стороны, даже комбинаторно построенные торические модели Ландау—Гинзбурга содержат достаточно много геометрической информации об исходном многообразии Фано.

Даниил Руденко
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Равносоставленность многогранников и законы взаимности на алгебраических кривых. Я расскажу про удивительную связь между равносоставленностью многогранников в трехмерном пространстве Лобачевского и алгебраической K-теорией Оказывается, что по каждой тройке мероморфных функций на гладкой комплексной кривой можно построить многогранник, канонически определенный с точностью до равносоставленности. Инвариант Дена этого многогранника выражается через дивизоры этих функций, а объем - как интеграл по кривой от некоторой формы, построенной по этим функциям.

Аркадий Скопенков
Московский физико-технический институт и Независимый Московский университет

Classification of knotted tori. Links and embeddings of highly-connected manifolds in codimension > 2 were classified by Haefliger and Hirsch in 1960s. A classification of *knotted tori*, i.e. embeddings $S^p \times S^q \to \mathbb{R}^m$ up to isotopy, is a natural next step towards classification of embeddings of *arbitrary* manifolds. Many interesting examples of such embeddings and classification for particular cases were given by Alexander (1924), Kosinski (1961), Hudson (1963), Wall (1965), Tindell (1969), Boechat and Haefliger 1970-71, Milgram-Rees (1971), Lucas-Saeki 2002, Skopenkov (2002), see [M]. Classification of knotted tori gives some information for arbitrary manifolds and reveals new interesting relations to algebraic topology.

For a smooth manifold N denote by $E^m(N)$ the set of smooth isotopy classes of smooth embeddings $N \to \mathbb{R}^m$. A description of the set $E^m(S^p \times S^q)$ was known only for $p = 0$, $m \geq q+3$ (Haefliger) or for $2m \geq 3p+3q+4$ [Sk02] (in terms of homotopy groups of spheres and Stiefel manifolds). For $m \geq 2p+q+3$ we introduce an abelian group structure on $E^m(S^p \times S^q)$ and describe this group up to an extension problem: *this group and*

$$E^m(D^{p+1} \times S^q) \oplus \ker \lambda_{00} \oplus E^m(S^{p+q})$$

are associated to the same group for some filtrations of length four. Here $\lambda_{00} : E \to \pi_q(S^{m-p-q-1})$ is the linking coefficient defined on the subset $E \subset E^m(S^q \sqcup S^{p+q})$ formed by isotopy classes of embeddings whose restriction to each component is unknotted.

This result [Sk15] and its proof have corollaries which, under stronger dimension restrictions, more explicitly describe $E^m(S^p \times S^q)$ in terms of homotopy groups of spheres and Stiefel manifolds. In the proof we use a recent exact sequence of M. Skopenkov [Sk11].

[M] Manifold Atlas Project, `http://www.map.him.uni-bonn.de/Knotted_tori`

[Sk02] A. Skopenkov,*On the Haefliger-Hirsch-Wu invariants for embeddings and immersions,* Comment. Math. Helv. 77 (2002), 78–124.

[Sk11] M. Skopenkov, *When is the set of embeddings finite?* Intern. J. Math., to appear, arxiv: math/1106.1878.

[Sk15] A. Skopenkov, *Classification of knotted tori,* arxiv: math/1502.04470

Александра Скрипченко
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Системы частичных изометрий отрезков: динамика и топология. Система частичных изометрий отрезков — объект, состоящий из отрезка действительной оси и семейства изометрий между парами его подотрезков. Такие системы возникают независимо в нескольких разделах математики — топологии (при изучении измеримых слоений на поверхностях), теории динамических систем (как способ описания динамики плоских бильярдов в многоугольниках) и геометрической теории групп (в рамках исследования автоморфизмов свободных групп). Я расскажу про некоторые классы и основные свойства динамические свойства этих отображений: минимальность, эргодичность, число инвариантных мер. Мы также обсудим, как эти результаты можно использовать в маломерной топологии, например, в задаче задаче С. П. Новикова о плоских сечениях 3-периодических поверхностей.

Евгений Смирнов
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики и Независимый Московский университет

Многочлены Шуберта и комплексы rc-графов. Многочлены Шуберта были введены А.Ласку и М.-П.Шютценберже в начале 1980-х годов в качестве инструмента для работы с кольцом когомологий многообразия полных флагов

$GL(n)/B$; они выражают циклы Шуберта, соответствующие элементам симметрической группы S_n, через классы Черна тавтологических линейных расслоений на многообразии флагов.

В 1996 году С.В.Фомин и А.Н.Кириллов предложили реализацию многочленов Шуберта при помощи некоторых комбинаторных объектов – так называемых rc-графов, или pipe dreams. Эта конструкция позволяет связать с каждой перестановкой некоторый клеточный комплекс, клетки которого нумеруются rc-графами, отвечающими данной перестановке. Гипотетически, этот клеточный комплекс всегда является многогранником; оказывается, что в качестве таких многогранников можно получить, в частности, ассоциаэдр Сташеффа и двойственный циклический многогранник.

Если позволит время, я также расскажу о связи этой конструкции с нашей совместной работой с В.А.Кириченко и В.А.Тимориным о реализации исчисления Шуберта при помощи многогранника Гельфанда-Цетлина.

Олег Стырт
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Алгебраические и полуалгебраические непрерывные отображения факторизации в векторное пространство для компактных линейных групп. Исследуется вопрос существования полиномиального или, более общо, полуалгебраического непрерывного отображения факторизации в векторное пространство для компактных линейных групп. Сравнительно недавно автору удалось доказать существование полуалгебраического непрерывного отображения факторизации в векторное пространство для представления ортогональной (соотв. унитарной) группы, равного прямой сумме представления в пространстве симметрических (соотв. эрмитовых) матриц сопряжениями и двух тавтологических представлений, а также для аналогичного представления её специальной подгруппы с заменой двух тавтологических представлений на одно. В докладе будет рассказана идея индукционного доказательства этого факта. При наличии дополнительного времени будет приведено также относительно недавно явно построенное автором полиномиальное отображение факторизации в векторное пространство для представления некоммутативной одномерной группы с двумя связными компонентами, равного прямой сумме трёх неприводимых двумерных вещественных представлений, по крайней мере два из которых точные.

Доклад основан на препринтах автора arXiv: 1501.02328, 1411.5904.

Дмитрий Талалаев
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Институт теоретической и экспериментальной физики

Квази-инварианты 2-узлов и квантовые интегрируемые системы. В докладе пойдет речь о задаче построения инвариантов 2-узлов методами статистической физики. Ключевым объектом данных построений является решение уравнения тетраэдров. Оно играет роль, аналогичную уравнению Янга-Бакстера в задаче построения инвариантов 1-узлов. Я расскажу о тетраэдральном комплексе, который определяется по решению теоретико-множественного уравнения тетраэдров. Он является обобщением комплекса Янга-Бакстера. Оказывается что с помощью некоторых классов когомологий данного комплекса можно строить квази-инварианты 2-узлов (инварианты по отношению к выделенному подмножеству движений Розмана - аналога движений Рейдемейстера). Также в докладе пойдет речь о трехмерных интегрируемых статистических моделях, связанных с решениями уравнения тетраэдров.

Константин Федоровский
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Аппроксимация полианалитическими функциями. Доклад будет посвящен задачам о равномерной и (если позволит время) C^m-приближаемости функций полианалитическими рациональными функциями и многочленами (т.е. функциями/многочленами вида $\overline{z}^k h_k(z)+\cdots+\overline{z}h_1(z)+h_0$, где $h_0, h_1, \ldots, h_k$ — рациональные функции/многочлены комплексного переменного, а k — натуральное число) на компактных подмножествах комплексной плоскости. Эти задачи возникли в конце 1970-х в контексте изучения аппроксимативных свойств рациональных модулей, а с середины 1990-х они активно изучаются в связи с тематикой аппроксимации функций решениями общих эллиптических уравнений. В докладе планируется обсудить недавно полученные в этой тематике результаты и открытые задачи.

Евгений Фейгин
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Фильтрация Пуанкаре-Биркгофа-Витта: алгебра, комбинаторика и геометрия. Мы определим основные алгебраические и геометрические объекты, возникающие при изучении ПБВ фильтрации на представлениях простых алгебр Ли. Мы также расскажем о некоторых решённых и открытых задачах.

Илья Щуров
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Slow-fast systems on the two-torus. Slow-fast system is a family of differential equations of the following form: $dx/dt = f(x, y), dy/dt = \varepsilon g(x, y)$, where ε is a small parameter. There is a rich theory developed for such systems based mostly on invariant manifolds analysis, partial hyperbolicity and blow-ups. Particularly, the dynamics of generic slow-fast system on the plane has been studied in details previously (see e.g. Mischenko and Rozov, 1975). New phenomena occures when one replaces the plane with the two-torus: invariant manifolds meet with averaging theory and produce complicated dynamics. It was discovered by Ilyashenko and Guckenheimer (2001) and studied in details by the author. Recent results were obtained jointly with Nikita Solodovnikov.

Юрий Элияшев
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Амебы и их обобщения. В докладе мы напомним основные факты про амебы алгебраических гиперповерхностей, определим обобщенние этого понятия и сформулируем некоторые результаты касающиеся этого обобщения.

Пусть $P(z)$ есть многочлен Лорана в алгебраическом торе $(\mathbb{C}^*)^n$, а $V = \{P(z) = 0\}$ — гиперповерхность нулей $P(z)$. *Амебой алгебраической гиперповерхности* V называется образ V при логарифмическом отображении

$$\mathrm{Log}(z_1, \ldots, z_n) = (\log|z_1|, \ldots, \log|z_n|).$$

Понятие амебы было введено в работе И.М. Гельфанда, А.В. Зелевинского, М.М. Капранова и в дальнейшем было хорошо изучено. Часть геометрии амебы гиперповерхности V может быть описана в терминах многогранника Ньютона многочлена P.

Мы рассматриваем следующее обобщение. Пусть V — это гладкое комплексное многообразие размерности $n-1$, а $\omega_1, \ldots, \omega_n$ — замкнутые мероморфные 1-формы на V. Обозначим D объединение множества полюсов форм $\omega_1, \ldots, \omega_n$. Предположим, что выполняется условие $\int_\gamma \omega_j \in i\mathbb{R}, j = 1, \ldots, n$ для любого цикла $\gamma \in H_1(V \setminus D, \mathbb{Z})$, тогда можно определить отображение

$$\mathrm{Log}_\omega : V \setminus D \to \mathbb{R}^n,$$

следующим образом

$$p \mapsto (\mathrm{Re} \int_{p_0}^{p} \omega_1, \ldots, \mathrm{Re} \int_{p_0}^{p} \omega_n),$$

где $p, p_0 \in V \setminus D$, p_0 — произвольная фиксированная точка. Образ $V \setminus D$ при отображении Log_ω мы назовём *обобщенной амебой.* Оказывается многие свойства обычных амёб могут быть перенесены на обобщенный случай. Впервые понятие обобщенной амёбы было рассмотрено для случая, когда V — комплексная кривая, И.М. Кричевером.