

Второй день.

5. Петя и Вася одновременно ввели в свои калькуляторы одно и то же не равное 0 целое число. После этого каждую минуту Петя либо прибавлял к своему числу 10, либо умножал его на 2014; одновременно Вася в первом случае вычитал из своего числа 10, а во втором — делил его на 2014. Могло ли оказаться, что через некоторое время числа у Пети и Васи снова стали равными?
6. Назовём натуральное число *гористым*, если в его записи есть не стоящая с краю цифра (называемая *вершиной*), которая больше всех остальных, а все остальные цифры ненулевые и сначала нестрого возрастают (то есть каждая следующая цифра больше предыдущей или равна ей) до вершины, а потом нестрого убывают (то есть каждая следующая цифра меньше предыдущей или равна ей). Например, число 12243 — гористое, а числа 3456 и 1312 — нет. Докажите, что сумма всех *стозначных* гористых чисел — составное число.
7. Десятичная запись натурального числа N составлена только из единиц и двоек. Известно, что вычёркиванием цифр из этого числа можно получить любое из 10000 чисел, состоящих из 9999 единиц и одной двойки. Найдите наименьшее возможное количество цифр в записи числа N .
8. Диагональ выпуклого 101-угольника будем называть *главной*, если по одну сторону от неё лежит 50, а по другую — 49 вершин. Выбрано несколько главных диагоналей, не имеющих общих концов. Докажите, что сумма длин этих диагоналей меньше суммы длин остальных главных диагоналей.