

## *Второй день.*

5. 40 разбойников переправились с помощью двухместной лодки с левого берега реки на правый (некоторые рейсы, возможно, выполнялись в одиночку). Могло ли случиться, что каждая пара разбойников пересекла реку вместе ровно один раз (с левого берега на правый или с правого на левый)?
6. Натуральное число называется *совершенным*, если оно вдвое меньше суммы всех своих натуральных делителей: например, совершенным является число 6, так как  $2 \cdot 6 = 1 + 2 + 3 + 6$ . Может ли сумма всех попарных произведений натуральных делителей совершенного числа  $n$  делиться на  $n^2$ ?
7. В стране Графинии  $n$  городов. Некоторые города соединены беспосадочными авиалиниями (по каждой авиалинии выполняются рейсы в обоих направлениях) таким образом, что из любого города можно самолётами (возможно, с пересадками) добраться до любого другого, но закрытие любой авиалинии нарушает это свойство. При этом из любого города выходит не больше  $d$  авиалиний. Докажите, что все города Графинии можно разбить не более чем на  $\frac{n}{2} + d$  групп таким образом, чтобы каждая авиалиния соединяла города из разных групп и для любых двух групп существовало не более одной авиалинии, соединяющей города из этих групп.
8.  $SK$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . На сторонах  $BC$  и  $AC$  выбраны точки  $L$  и  $T$  соответственно такие, что  $CT = BL$  и  $TL = BK$ . Докажите, что треугольник с вершинами в точках  $C$ ,  $L$  и  $T$  подобен исходному.