

***Второй день.***

5. Целые числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $a+b+c = 1$  и  $a^2+b^2+c^2 = 2n+1$ .  
Докажите, что  $a^3+b^2-a^2-b^3$  делится на  $n$ .
6. Среди десяти человек ровно один лжец и 9 рыцарей. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждому из них дали карточку с натуральным числом от 1 до 10, причем все числа на карточках различны. Любому можно задать вопрос: «Верно ли, что на твоей карточке написано число  $M$ ?» ( $M$  может быть только натуральным числом от 1 до 10). Верно ли, что за 17 таких вопросов можно гарантированно найти лжеца?
7. Из клетчатой доски размером  $70 \times 70$  вырезали 2018 клеток. Докажите, что доска распалась не более чем на 2018 кусков. Два куска, не имеющие общих точек кроме вершин клеток, считаются не соединёнными друг с другом.
8. Вершина  $F$  параллелограмма  $ACEF$  лежит на стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$ . Известно, что  $AC = AD$  и  $AE = 2CD$ . Докажите, что  $\angle CDE = \angle BEF$ .