

Второй день

5. Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке K . Внутри треугольника ABK нашлась такая точка M , что $\angle MBC = \angle MAD$, $\angle MCB = \angle MDA$. Докажите, что прямая MK параллельна основаниям трапеции.
6. Петя, Вася и Толя вернулись с рыбалки, на которой каждый из них поймал некоторое количество рыб (хотя бы одну). После рыбалки они стали хвастаться своими уловами. Петя сказал: «Я поймал рыб не меньше, чем каждый из остальных!». Вася сказал: «Я поймал рыб не меньше, чем Петя и Толя в сумме!». Толя сказал: «Я поймал на 25% больше рыб, чем Вася!». Позже выяснилось, что каждый из ребят преувеличил свой улов не более, чем в a раз. Какое наименьшее значение могло принимать число a ?
7. При каких натуральных n можно так отметить несколько клеток доски $n \times n$, чтобы во всех строках и столбцах было чётное число отмеченных клеток, а на всех $4n-6$ диагоналях, длина которых больше одной клетки, — нечётное?
8. Дано натуральное число n . За одну операцию можно либо вычесть из имеющегося числа любое натуральное число, меньшее его наименьшего простого делителя, либо разделить его на его наименьший простой делитель. Существует ли такое составное n , что из него нельзя получить простое число менее, чем за 2021 операцию?