
Математический мир



ICM–2006, Мадрид: Международный конгресс математиков

А. Б. Сосинский

Вот уже сто лет, раз в четыре года, а именно в годы, равные двум по модулю четыре, Международный математический союз проводит свой конгресс. В 2006 году он состоялся в Мадриде, с 21 по 30 августа. О своих впечатлениях об этом знаменательном событии автор и постарается рассказать, благо почетное приглашение участвовать в ICM–2006 позволило наблюдать за происходящим, так сказать, из первых рядов.

ОТКРЫТИЕ КОНГРЕССА

По традиции, церемония открытия главного математического форума ожидается с особым нетерпением: на ней подводятся итоги четырехлетнего цикла и оглашаются имена его главных героев — лауреатов медалей Филдса и Неванлинны.

Представьте себе огромный заполненный зал, вмещающий 3000 человек, широченную сцену с длинным, пока еще пустующим, столом для начальства, а над сценой экран шириной метров двадцать и высотой метров пять. На экране, предназначенном для показа выступающих крупным планом, пока красуется логотип ICM–2006. Переполненный зал гудит. В него не поместились все четыре с лишним тысячи участников конгресса, так что открытие будет транслироваться во вспомогательную аудиторию, где сидят те, кому не посчастливилось попасть в основной зал заседаний.

Но вот засуетились теле- и фоторепортеры, пулеметными очередями застреляли вспышки фотоаппаратов — в зал входят главные действующие лица церемонии открытия: король Испании Хуан Карлос I и его свита, сэр Джон Балл (президент Международного союза математиков),

мэр Мадрида, министры, испанский сопредседатель Оргкомитета, другие важные официальные лица, и рассаживаются за столом на сцене. Мне хорошо видны все вошедшие — оргкомитет почему-то зарезервировал мне персональное место у центрального прохода в пятом ряду, до сидящего в центре сцены испанского монарха рукой подать. В первый раз в жизни вижу живого короля. Хуан Карлос, без мантии и короны, конечно же, сидящий не на троне, а на обыкновенном стуле — высокий элегантный мужчина средних лет, в светлом летнем костюме, с великолепной осанкой и живыми глазами.

Сэр Джон Балл открывает конгресс, в краткой речи выразив благодарность всем, кому следует, в частности испанским хозяевам и организаторам. Затем идет черед выступлений испанских официальных чинов (их увеличенные раз в двадцать лица можно разглядеть на гигантском экране, на нем же бегущей строкой синхронно крутится английский перевод их речей), после чего сам король берет слово. В краткой, красивой и живой речи, Хуан Карлос демонстрирует знание бинома Ньютона и теоремы Пифагора, осведомленность о современном развитии математики и подчеркивает значимость математики в современном обществе. Четыре тысячи лучших математиков мира внимательно слушают его выступление, но большинство думает о другом — когда же наконец нам сообщат имена лауреатов главных математических премий?

Джон Балл повторно берет слово, и когда он переходит к оглашению результатов, в зале наступает напряженная тишина. Четыре медали Филдса¹⁾ присуждаются Григорию Перельману (Россия, Санкт-Петербург), Теренсу Тао (США, UCLA), Андрею Окунькову (Россия, Университет Принстон, США) и Венделину Вернеру (Франция, Париж). Зал гудит. То, что Тао и Перельман получают эту премию, понимали все осведомленные математики, Окуньков рассматривался среди претендентов (были и другие), а Вернер, по крайней мере для меня, был фигурой совершенно неожиданной. Лауреаты (все, кроме отсутствовавшего Перельмана) вызываются на сцену и получают награды из рук испанского монарха.

Медаль Неванлинны (присуждаемую за результаты в теории информации) получает Jon Kleinberg (Университет Корнэлл, США), а медаль Гаусса, впервые присуждаемую в этом году, — Кийоши Ито (Япония).

Затем Хуан Карлос объявляет церемонию закрытой, и приглашает всех участников на фуршет, происходящий тут же, в огромных холлах дворца конгрессов. Сам же король, в сопровождении Джона Балла,

¹⁾Медаль Филдса — самая почетная математическая награда (ее иногда называют «Нобелевской премией для математиков»), она присуждается раз в четыре года двум, трем или четырем математикам-исследователям моложе 40 лет за вклад в продвижение математической науки. Об этой премии и ее предыдущих лауреатах, см. «Математическое просвещение», 3 серия, вып. 2, с. 19–20, 1998.

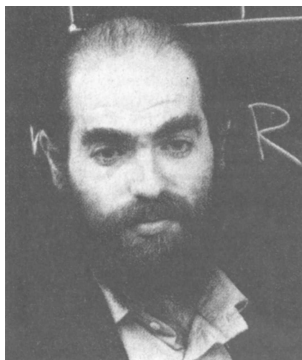


Король и лауреаты. Слева направо: Jón Kleinberg, Теренс Тао, король Хуан Карлос I, Андрей Окуньков, Вендолин Вернер

весьма демократично (тем самым очень напугав, я полагаю, свою охрану) смешивается с толпами взволнованных, жаждущих еды и новостей математиков...

ГРИГОРИЙ ПЕРЕЛЬМАН

Наиболее обсуждаемая тема в коридорах дворца была, безусловно, медаль Филдса Григория Перельмана. В Мадриде Перельмана не было — он отказался принять медаль и сопутствующую денежную премию, о чем с сожалением в своем докладе о премиях сообщил конгрессу Джон Балл. Этот необычный шаг Перельмана не был неожиданностью для осведомленных математиков: еще несколько лет назад он отказался принять престижную премию, присужденную ему Европейским математическим обществом.



Григорий Перельман

Но какой поднялся невообразимый ажиотаж вокруг этого отказа, как засуетились средства массовой информации, чего только не писали и не говорили некомпетентные и недобросовестные журналисты! Многие средства массовой информации к тому же перепутали медаль Филдса с премией Института Клея, присуждаемой за решение любой из семи «проблем тысячелетия». В отличие от денежной составляющей медали

Филдса (несколько десятков тысяч долларов) премия Клея исчисляется одним миллионом. Хотя Перельман и решил одну из проблем тысячелетия, он не мог отказаться от премии Клея, так как эта премия ему пока не присуждена.

Между тем отказ от медали Филдса имеет вполне логичное объяснение: он вытекает из весьма цельной и осознанной, хотя и необычной, жизненной позиции самого Перельмана. Он не придает особого значения материальной стороне жизни, для него ее цель — научный поиск, в котором высшие научные результаты имеют свою внутреннюю ценность, а получение за них денег — безнравственно, ибо оно опошляет высокую цель служения истине. Не нужно думать, что это позиция скромного, помонашески отрешенного человека — Григорий Перельман знает себе цену, и жестко отстаивает свои принципы.

Его жизненный путь, по крайней мере поначалу, типичен для лучших российских математиков его поколения. Рано проявившиеся математические способности, элитная физматшкола в Санкт-Петербурге, золотая медаль на международной математической олимпиаде (Будапешт, 1984), учеба на матмехе ЛГУ, аспирантура, блестящая защита диссертации, эмиграция в США. Там он хорошо вписывается в научную жизнь университета Стони Брук около Нью Йорка и быстро завоевывает репутацию одного из сильнейших в мире топологов и геометров, не чуждого, впрочем, и аналитической стороне математики. Он работает над одной из труднейших и самых известных математических задач современности: над *гипотезой Пуанкаре*²⁾, для чего берется за еще более трудную (а на самом деле и более значительную) задачу — *гипотезу геометризации Тёрстона*.

Несколько лет напряженной работы, и в 2002 году Перельман объявляет об успешном решении этих проблем. В 2002 и 2003 годах он выкладывает в интернет три сложные, сжато написанные статьи с доказательством названных выше гипотез, выступает в разных университетах США с докладами об их решении. Реакция на эти тексты и доклады неоднозначна. Специалистам оказывается непросто проследить за сложными рассуждениями Перельмана, который свободно пользуется изысканной техникой из разных областей математики. Появляются и оппоненты: выдающийся китайский математик Яо, работающий в Америке, объявляет текст Перельмана неполным, утверждая, что существенные пробелы в работах Перельмана не позволяют считать гипотезы доказанными. Более того, говорит Яо, только благодаря новым глубоким идеям самого Яо и его учеников Као и Жу удастся довести доказательства до конца.

²⁾Гипотеза утверждает, что любое связное односвязное трехмерное замкнутое компактное многообразие без края — трехмерная сфера.

Особенно обидной для Перельмана, видимо, была реакция американского математика Ричарда Гамильтона, автора замечательной начальной идеи, связанной с так называемыми потоками Риччи, развивая и дополняя которую Перельман сумел довести дело до конца. Гамильтон поначалу результаты Перельмана игнорировал (например, ушел с его доклада в Колумбийском университете, ничего не сказав), а потом сам выступал с докладами, где указывал на «существенные пробелы» в работах Перельмана. Но с течением времени число сторонников Перельмана постепенно увеличивалось. Сам же Перельман отказывался участвовать в этих дискуссиях, подчеркивая, что он не сомневается в правильности и достаточности своих текстов, а к ним возвращаться и участвовать в обсуждении их ценности не намерен.

Поэтому один из ключевых вопросов конгресса был — признает ли математическая общественность правомерность перельмановского доказательства гипотезы Пуанкаре? Однозначный ответ был получен в первые два дня Конгресса: после докладов Франка Моргана, Джона Лотта и самого Ричарда Гамильтона, отпали последние сомнения: математическая общественность признала правильность доказательства Перельмана.

ТЕРЕНС ТАО

Теренс Тао самый молодой и, по-видимому, самый одаренный из четырех лауреатов медали Филдса 2006 года. Тао — сын китайских эмигрантов из Австралии, родился в Аделаиде в 1975 году, сейчас является гражданином США и профессором UCLA (Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе). Теренс — вундеркинд, победивший в 13 лет (!) на Международной математической олимпиаде.

Его основная математическая специальность — гармонический анализ, но он чрезвычайно широкий математик: у Тао есть значительные результаты по уравнениям в частных производных, по эргодической теории, по аналитической теории чисел и по комбинаторике (геометрической, алгебраической и арифметической). Характерная черта его творчества — междисциплинарность: почти все его работы лежат на стыке двух (или более!) разных областей математики.

Наиболее яркий пример такой работы — теорема Тао о существовании длинных арифметических прогрессий в множестве простых чисел, за которую, собственно говоря, ему и была присуждена медаль Филдса. Междисциплинарность тут проявилась не в формулировке, а в доказательстве этой теоремы, основанном на . . . эргодической теории! Трудно поверить, что детерминистическую, элементарно формулируемую, теорему из теории чисел можно было доказать с помощью, в сущности, теории

вероятностей. Еще трудней понять, как человек мог додуматься до такой дикой идеи, и довести ее до логического завершения.

В своем пленарном докладе, состоявшемся на второй день конгресса, Теренс Тао пытался разъяснить этот парадокс, рассматривая его в самом широком, почти что философском, смысле, а именно, как диалектику взаимоотношения случайного и структурированного. В одном из интервью, он прямо сказал, что для него «один из важнейших вопросов в математике — это как отделить структуру от случайности в комбинаторных задачах». Доклад оказался удивительно глубоким, но не перегруженным техническими деталями, а в его завершении у слушателей возникало чувство полного понимания и естественности эргодического подхода к доказательству теоретико-числовой теоремы Тао.

Вообще Теренс Тао произвел очень приятное впечатление не только глубиной и силой своих работ, но ясностью мысли, обманчивой легкостью изложения, мягкостью и скромностью поведения. Околонаучные журналисты уже успели окрестить Тао «Моцартом современной математики», но только время покажет, достоин ли он столь высокого титула.

АНДРЕЙ ОКУНЬКОВ

Андрей Окуньков совсем не похож на остальных Филдсовских медалистов 2006 года: вундеркиндом он не был, международных олимпиад не выигрывал, в элитных школах не учился. Когда после службы в армии он оказался на мехмате МГУ, его однокурсники, особенно выпускники элитарных московских матшкол, смотрели на него свысока. Это не помешало (а может быть и помогло) ему быстро ликвидировать свое отставание в уровне знаний, и успешно начать научную работу под руководством А. А. Кириллова. В аспирантуре он параллельно учился в МГУ и НМУ, а после эмиграции Кириллова в США, много работал с Г. И. Олшанским. Как и большинство лучших математиков своего поколения, он вскоре оказался в США, где продолжает работать сегодня — в престижном Принстонском университете.

Основная специальность Окунькова — теория представлений, но так же, как Перельман и Тао, он математик широкого профиля: у него есть значимые результаты по алгебраической геометрии, математической физике, вероятности, комбинаторике, специальным функциям.

Результаты, за которые Андрею Окунькову была присуждена медаль Филдса, как раз относятся к пограничной области между математической физикой и теорией представлений, притом для их получения используется и вероятность, и очень современная комбинаторика.

ВЕНДОЛИН ВЕРНЕР

Вендолин Вернер — немец, которого французы считают своим, благо он давно живет и работает в Париже (и даже приобрел французское гражданство). Изначально Вернер — специалист по теории вероятностей, но его работы чаще всего выходят за рамки его специальности, обнаруживая связи с другими областями математики.

Присуждение ему медали Филдса — большая неожиданность для многих, но отнюдь не случайность, а принципиальное решение Филдсовского комитета. Дело в том, что Вернер — первый специалист по теории вероятностей, получивший эту медаль. До поры до времени, многие математики, охотно признавая огромное прикладное значение вероятностной науки, не считали ее значимой частью математики, снобировали ее (« — Вероятность? Да это такой раздел теории меры»). Присуждение самой престижной математической премии специалисту по теории вероятностей — это признание важности этой области для всей нашей науки.

Впрочем, эта тенденция пересмотра роли вероятности в математических науках просматривается, как мы уже отмечали, в работах Филдсовских лауреатов Тао и Окунькова, но в еще большей степени — в присуждении премии Гаусса основоположнику сближения теории вероятностей и дифференциальных уравнений.

ПРЕМИЯ ГАУССА

Премия Гаусса была создана два года назад Немецким математическим обществом при поддержке Международного математического союза и впервые присуждалась в этом году. Она учреждена как «награда для математика, чьи работы имеют наибольшее прикладное значение».

Премия Гаусса 2006 года была присуждена 90-летнему японскому математику Кийоши Ито, создателю стохастического интеграла и теории стохастических дифференциальных уравнений. Возраст и состояние здоровья не позволили Ито приехать в Мадрид и получить премию лично, от его имени ее приняла его дочь (тоже математик, профессор университета Беркли), прочитавшая трогательное благодарственное письмо самого лауреата. Судя по этому письму, сам Ито был в некотором недоумении от получения премии за прикладное значение своих работ, и прямо отметил, что он всегда считал себя «чистым математиком», и создавая свою теорию, никогда не думал о ее приложениях.³⁾

³⁾Замечу, что ситуации, при которых прикладное значение теории осознавалось не сразу после ее создания и совсем не имелось в виду ее автором, в математике встречались довольно часто. Недаром А. Н. Колмогоров говорил, что не существует «чистой», как и не существует «прикладной» математики, а есть математика хорошая, есть и математика плохая и слабая.

Достаточно интересна сама история создания теории Ито и ее признание, произошедшее лет через 30 после публикации его первой работы (1942 года). Тогда, в охваченной мировой войной Японии, молодой выпускник университета служил в патентном бюро (как некогда Эйнштейн) и опубликовал свое определение стохастического интеграла в работе, написанной иероглифами, нарисованными кистью, и изданной факсимильным способом. По странному совпадению, так же, как для одной из работ Эйнштейна, отправной точкой для Ито по существу послужило броуновское движение (которое он не воспринимал как физический процесс, а как математическую абстракцию — нигде не дифференцируемую функцию), для изучения которого и пришлось создать стохастический интеграл.

Работа Ито 1942 года прошла совершенно незамеченной. Лишь в начале 50-х годов она появилась на английском языке, но ее мало кто понял, несмотря на ряд докладов, сделанных Ито в США. Одним из первых специалистов, оценивших ее фундаментальное значение, был советский математик Е. Б. Дынкин. В середине 60-х неожиданно выяснилось, что стохастический интеграл является идеальным инструментом для финансово-экономических исследований, в частности для изучения флуктуаций стоимости ценных бумаг, а потом появились и биологические приложения. По мере развития теории стохастических дифференциальных уравнений спектр ее приложений всё расширялся, всё большее число математиков оценили внутреннюю красоту теории, и к началу 80-х значение теории было всеми признано.

Таким образом, общественное признание пришло не сразу: лишь через 64 года после своей первой публикации, Кийоши Ито получил высшую награду, носящую имя великого Гаусса...

ДОКЛАДЫ, ДОКЛАДЫ, ДОКЛАДЫ,...

Основная часть работы конгресса — происходящие на нём доклады: пленарные (часовые, предназначенные для всех участников), секционные (сорокаминутные, происходящие одновременно не более чем в семи больших аудиториях) и краткие сообщения (двадцатиминутные, идущие одновременно в двух дюжинах небольших аудиторий). Кроме того, вечернее время выделяется на так называемые постерные доклады, авторы которых стоят рядом с заранее заготовленными плакатами, наглядно описывающими их работу, в надежде на то, что любопытный коллега подойдет и будет расспрашивать о ее содержании.

Из огромной массы докладов, оповещающих о лучших математических достижениях четырехлетия, я скажу лишь несколько слов об одном. Это пленарный доклад французского математика Этьенна Жиса о поведении траекторий одного хорошо известного и простого дифференци-

ального уравнения в окрестности его аттрактора, похожего на две соединенные спирали в различных плоскостях трехмерного пространства. С помощью компьютерной графики, а вернее компьютерной анимации, докладчик показывал на гигантском экране главной аудитории, как различные траектории обвиваются вокруг аттрактора, образуя трехмерные узлы. Глубина полученных результатов, ясность изложения, красота и наглядность компьютерного мультфильма вызвали всеобщее восхищение. Многие слушатели, в том числе автор этих строк, считают этот доклад самым красивым, из всех когда-либо услышанных ими.

Большинство докладов, даже краткие сообщения, делались с помощью проектирования прозрачек или компьютерных заготовок на экран. Возможно, я старомоден, но мне кажется, что эти внешне красивые презентации уступают по силе воздействия традиционным рассказам с мелом у доски, ставшим здесь исключением.

Круглый стол

Круглый стол, организованный Европейским математическим обществом и посвященный взаимоотношению математики и общества, состоялся на третий день конгресса в главной его аудитории. Дебаты вызвали живой интерес, на них присутствовали более тысячи математиков и многочисленные видео-, аудио- и пишущие журналисты.

Стол, однако, оказался не круглый, это был тот самый длинный стол, занимающий почти всю ширину огромной сцены главного зала, за которым располагалось начальство в день открытия. За столом на этот раз сидели: председательствующий Жан-Пьер Бургиньон (директор IHES), Филипп Тондёр (профессор университета Техаса), Маркус дю Сотуа (Оксфорд), Бёрн Эндквист (Стокгольмский университет), Франсуа Тессеир (директор французской научно-популярной телепередачи) и автор этих строк. Зрители могли смотреть на выступающих на большом экране, на который также проецировались заготовленные ими иллюстрации и тексты.

Выступающие отмечали создавшуюся в последние годы парадоксальную ситуацию: математика, самая универсальная и полезная из всех наук, и в частности творческая математика, остается совершенно не понятой общественным сознанием, неизвестной широкой публике. Так, все знают Альберта Эйнштейна, а кто слышал о Курте Гёделе, хотя работы последнего, по мнению многих, значительно глубже и важнее эйнштейновских теорий? Каждый выступающий предлагал способы выхода из этого тупика и делился своим опытом в этом направлении.

Затем последовали вопросы и дискуссия с участием публики. Когда время, отведенное на круглый стол, закончилось, в аудитории еще

оставалось много желающих выступить. А после журналисты отлавливали некоторых участников и брали у них интервью.

КУЛУАРЫ, УЛИЦЫ, ПАРКИ, МУЗЕИ

Возможно, наиболее эффективная работа происходит не на докладах, не на официальных мероприятиях конгресса, а у аудиторий, в коридорах, в аллеях около конгресс-холла или за чашкой кофе в его многочисленных небольших кафе. Там и знакомятся, и встречаются со старыми друзьями, и очень быстро беседа переходит на животрепещущие вопросы, лица приобретают характерное отрешенное выражение, свидетельствующее о том, что собеседники глубоко погружены в свои мысли, стараясь понять друг друга. Даже в замечательном музее Прадо иногда можно было увидеть беседующих математиков, отсутствующим взглядом скользящих по великим шедеврам Гойи или Эль Греко, и поглощенных в то же время своей математикой...

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оглядываясь назад, чем мне запомнился Мадридский конгресс? Масштабностью, великолепной организацией, роскошью пятизвездочного отеля, куда меня поселили, шедеврами Прадо, необычайной, почти устрашающей, концентрацией гениальных умов, несколькими глубокими или блестящими докладами, полудюжиной важных для меня бесед. Важно было понять, куда идет современная математика. Если верить организаторам конгресса, она идет в сторону сближения разных своих разделов, главным образом, между наукой о случайном и о детерминированном (как в дискретном, так и в непрерывном случае), в сторону сильного возрастания роли различных разделов комбинаторики, а также роли компьютера не только в вычислениях, но и в открытии новых закономерностей.

Приятно было осознать, что главную научную сенсацию произвел наш соотечественник Григорий Перельман, что двое из четырех Филдсовских лауреатов — наши, что большинство участников признает заметное влияние российской математической школы. Я рад за близкого мне коллегу В. А. Васильева, переизбранного на второй четырехлетний срок в небольшой элитный исполком ММС, хотя понимаю, как эта должность будет его отрывать от любимого дела — доказывать новые замечательные теоремы. Конечно, грустно, что большинство наших самых сильных коллег уже не в России, а как говорится, «там», но сейчас, когда мир открыт для всех, большинство лучших математиков мира, и не только наших, постепенно становятся гражданами Вселенной.