

АЛГЕБРА, ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

Программа курса

0. Элементы теории категорий

...0.0. Декартово замкнутые категории

...0.1. $Z^{Y \times X} \cong (Z^Y)^X$, $Z^{Y+X} \cong Z^Y \times Z^X$, $(Z \times Y)^X \cong Z^X \times Y^X$

...0.2. Сопряжённые функторы

...0.3. Представимые функторы

...0.4. Забывающие функторы

[Маклейн2004].

1. Абелевы категории

...1.0. Совпадение сумм и произведений

...1.1. Первые примеры: G_MOD и $R - MOD$

...1.2. Ядра и коядра

...1.3. Категории комплексов

...1.4. Точные последовательности

...1.5. Аддитивная структура на множествах морфизмов

...1.6. Инъективные и проективные объекты

...1.7. Резольвенты

...1.8. Категории предпучков на окольцованных пространствах

...1.9. Теорема Фрейда-Митчелла

[Маклейн2004], [Freyd1964].

2. Производные функторы

...2.0. Полуточные функторы

...2.1. Определение производных функторов

...2.2. Существование и единственность производных функторов

...2.3. Производные функторы функтора $\text{invar} :: G_MOD \longrightarrow AB$

...2.4. Стандартная резольвента

...2.5. Другие примеры

[КартанЭйленберг1960]

3. Когомологии групп

...3.0. Расширения групп

...3.1. Группа $H^1(G; M)$ и полупрямые произведения

...3.2. Группа $H^2(G; M)$ и расширения с абелевым ядром

...3.3. Внешние действия $G \rightarrow \text{Out}(N)$

...3.4. Группа $H^3(G; M)$ и препятствия к групповым расширениям

...3.5. Классификация групповых расширений

[Браун1987]

4. Представления конечных групп

...4.0. Категории G_C_MOD

...4.1. Контраградиентный функтор $(V, \rho) \mapsto (V^*, \rho^*)$

...4.2. Операции \oplus , \uparrow и \otimes в G_C_MOD

...4.3. Неприводимые представления

- ...4.4. Полная приводимость и теорема Машке
- ...4.5. Характеры и их поведение при операциях
- ...4.6. Ортогональность характеров
- ...4.7. Регулярные представления и их разложение
- ...4.8. Теорема Бернсайда
- ...4.9. Конечные группы порядка ≤ 60

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [Freyd1964] Peter Freyd, *Abelian Categories. An Introduction to the Theory of Functors*. A Harper International Edition, Tokyo, 1964.
- [Браун1987] К.С. Браун, *Гомологическая алгебра*. М., ИЛ, 1960.
- [КартанЭйленберг1960] А. Картан, С. Эйленберг, *Когомологии групп*. М., "Наука", 1987.
- [Маклейн2004] С. Маклейн *Категории для работающего математика*. М., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [Серр1970] Ж.-П. Серр *Линейные представления конечных групп*. М.: Мир, 1970.

Г.Б. Шабат