

НАЗВАНИЕ КУРСА: ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ЛЕКТОР: Владимир Медведев

Геометрический анализ - молодая и активно развивающаяся область математики, где исследуется взаимосвязь анализа, геометрии и топологии риманова многообразия. В этом курсе мы рассмотрим два основных сюжета геометрического анализа, которые оказываются тесно связанными друг с другом: теория минимальных подмногообразий и гармонических отображений и спектральная геометрия. Если позволит время, то мы обсудим ещё один популярный сюжет в геометрическом анализе - задачу Ямабе. Для понимания курса понадобится знание основ римановой геометрии и теории уравнений с частными производными.

ПРОГРАММА КУРСА:

I Основные сведения из римановой геометрии и теории уравнений с частными производными

II Введение в теорию минимальных подмногообразий и гармонических отображений

II.1 Энергия и объём. Первая вариация. Калибрации

II.2 Формула монотонности и теорема Бернштейна

II.3 Вторая вариация и стабильность

II.4 Задача Плато

III Начала спектральной геометрии

III.1 Спектр риманова многообразия. Вариационные характеристики собственных чисел

III.2 Спектры канонической сферы и канонической проективной плоскости, спектры плоских торов и плоских бутылок Клейна. Изоспектральность

III.3 Изопериметрические неравенства на спектр Дирихле и Неймана для плоских областей.

Теорема Фабера-Крана. Теорема Сегё Вайнбергера

III.4 Экстремальные и максимальные метрики. Теоремы Херша и Ли-Яу. Теорема Такахаша.

Теорема Надирашвили-Эль Суфи-Илиаса

IV* Введение в задачу Ямабе

ЛИТЕРАТУРА:

Topics on Minimal Surfaces by R.Schoen

R.Schoen and S.-T. Yau. Lectures on Differential Geometry

T.Aubin. Some Nonlinear Problems in Riemannian Geometry.

M.Berger, P.Gauduchon, and E.Mazet. Le Spectre d'une Variété Riemannienne

J.Jost. Riemannian Geometry and Geometric Analysis