

ПРОГРАММА КУРСА ТОПОЛОГИИ-2

Основное содержание курса — сингулярные гомологии топологических пространств. Когомологии изучаются параллельно с гомологиями (в программе отдельно не отмечаются). Умножение в когомологиях (сингулярных, клеточных, когомологиях многообразий) — факультативный материал, если позволит время. Почти все утверждения раздела 3.3 будут даны без доказательств; их доказательства и смежные вопросы топологии и дифференциальной геометрии могли бы составить в будущем предмет отдельного спецкурса.

1. Гомологии и когомологии.
 - 1.1. Подготовительный материал: гомологии графов.
Определение, инвариантность при барицентрическом подразделении, гомотопическая инвариантность. Действие клеточных отображений графов на гомологии.
 - 1.2. Сингулярный комплекс.
Определение сингулярного комплекса, $\partial^2 = 0$. Гомологии как функтор. Смысл нулевых гомологий. Цепная гомотопия, гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий. Фундаментальная группа, свободные петли и первые гомологии.
 - 1.3. Последовательность Майера–Виеториса.
Сингулярные цепи, подчиненные покрытию. Теорема Бокштейна. Точность последовательности Майера–Виеториса.
Основные примеры и задачи. Вычисление гомологий сфер, поверхностей и т.п.. Гомологии дополнения к зацеплению. Гомологии симметрической степени.
 - 1.4. Точные гомологические последовательности пары и тройки.
Определение и гомотопическая инвариантность относительных гомологий. Определение и точность последовательностей пары и тройки. Поведение последовательностей при отображениях. Аксиоматическое определение гомологий.
Основные примеры и задачи. Шары разных размерностей не гомеоморфны.
2. Клеточные комплексы.
 - 2.1. Основные свойства и клеточные гомологии.
Относительные гомологии клеточной пары. Определение клеточного комплекса, $\partial^2 = 0$. Клеточные гомологии изоморфны сингулярным.
Основные примеры и задачи. Вычисление гомологий клеточных пространств.
 - 2.2. Препятствия.
Препятствующий коцикл. Теорема о продолжении на следующий остов.
Основные примеры и задачи. Класс Эйлера. Теорема Хопфа. Пространства $K(\pi, 1)$.
3. Многообразия.
 - 3.1. Основные сведения.
Определение гладкого многообразия и гладкого отображения. Ориентируемость.
 - 3.2. Старшие гомологии.
Гомологическое определение ориентируемости. Старшие гомологии связного многообразия.
 - 3.3. Дальнейшие сведения о гомологиях многообразий.
Индекс пересечения классов, заданных подмногообразиями. Двойственность Пуанкаре.