

**Задача 5.1.** Абелево многообразие обыкновенное тогда и только тогда, когда изогения  $V_X$  этальна.

**Задача 5.2.** Найдите дзета-функцию кривой с уравнением  $y^2 = x^3 + b$  над полем  $\mathbb{F}_p$ , где  $b \neq 0$ , и  $p \equiv -1 \pmod{6}$ .

**Задача 5.3.** а) Найдите число точек на (проективной) кривой  $X$  с аффинным уравнением  $y^{q+1} = x^q + x$  над полем  $\mathbb{F}_{q^2}$ , где  $q = p^r$ . Чему равен ее род? (Указание:

$$\mathrm{Tr}_{\mathbb{F}_{q^2}/\mathbb{F}_q}(x) = x^q + x, \text{ и } N_{\mathbb{F}_{q^2}/\mathbb{F}_q}(y) = y^{q+1}.)$$

б) Найдите дзета-функцию  $X$  и докажите, что  $X$  суперсингулярна. (Указание: как ответ в предыдущем пункте согласуется с неравенством Хассе–Вейля?)

в) У кривой с тем же уравнением над полем  $\mathbb{F}_p$  оператор Картье удовлетворяет соотношению:  $C^r = 0$ .