

Эйлер и Лефшец

Задача 8.1. а) $\chi(X \cup Y) = \chi(X) + \chi(Y) - \chi(X \cap Y)$, если X и Y удовлетворяют условиям теоремы Майера–Виеториса.

б) $\chi(E) = \chi(F) \cdot \chi(B)$, если $F \rightarrow E \rightarrow B$ — расслоение клеточных пространств; в частности, $\chi(X \times Y) = \chi(X) \cdot \chi(Y)$.

Задача 8.2. Чему равна Эйлерова характеристика пространств S^n , $\mathbb{R}P^n$, $\mathbb{C}P^n$?

Задача 8.3. Вычислите Эйлерову характеристику пространств

а) $Fl_n(\mathbb{C})$ полных флагов в \mathbb{C}^n ; б) $Gr_{k,n}(\mathbb{C})$ k -мерных подпространств в \mathbb{C}^n .

Задача 8.4. При каких n существует векторное поле на S^n без особых точек?

Задача 8.5. Вычислите (по определению) число Лефшеца

а) антиподального отображения сферы S^n ; б) комплексного сопряжения на $\mathbb{C}P^n$.

Задача 8.6. При каких n существует отображение $\mathbb{R}P^n$ в себя без неподвижных точек?

Задача 8.7. При каких n существует нетривиальное накрытие с тотальным пространством $\mathbb{C}P^n$?