

Теорема о неявной функции

11♦1. Пусть $C(X)$ — пространство непрерывных ограниченных отображений полного нормированного пространства X в себя. Покажите, что если отображение $f: C(X) \xrightarrow{\varphi(x) \mapsto \varphi^{-1}(x)} C(X)$ определено в точке φ_0 , то оно **а)** определено и в некоторой её окрестности; **б)** непрерывно в некоторой её окрестности; **в)** оно дифференцируемо в некоторой её окрестности.

11♦2. Для $F(x, y) = x + y + x^5 - y^5 = 0$ и $(x_0, y_0) = 0$ найдите пятую производную неявной функции $y = f(x)$ в нуле.

11♦3. Найдите первые три ненулевых члена в разложении в ряд Тейлора в нуле функции $y(x)$, заданной неявно $x^3 + 3xy + y^3 = 0$

11♦4. Найдите три первых ненулевых члена асимптотики по $n \rightarrow \infty$ наименьшего положительного корня уравнения $x^5 + 1 = nx$.

11♦5. Покажите, что отображение $f: \mathbb{R}^2 \xrightarrow{(x,y) \mapsto (x/2, 10x+y/2)} \mathbb{R}^2$ не является сжимающим, но для некоторого натурального n отображение f^n будет сжимающим.

11♦6. Покажите, что если $f: X \rightarrow X$ принадлежит классу C^1 некоторой окрестности x_0 , и $f'(x_0)$ обратимо, то в некоторой окрестности $f(x_0)$ существует обратное к f отображение класса C^1