

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 2021, ЛИСТОК 5 (6 ОКТЯБРЯ)

Задача 1. Докажите, что для кососимметричного оператора A оператор e^A — ортогональный.

Задача 2. Все ли невырожденные операторы \mathbb{R}^n представимы в виде экспоненты?

Задача 3. Найдите решение уравнения $\dot{X} = XA$ с начальным условием $X(0) = M$ (в этой и двух последующих задачах мы рассматриваем уравнение на пространстве операторов).

Задача 4. Найдите решения уравнения $\dot{X} = AX$ с начальным условием $X(0) = M$.

Задача 5. Найдите решения уравнения $\dot{X} = AX - XA$ с начальным условием $X(0) = M$.

Задача 6. Для неавтономного линейного уравнения $\dot{x} = A(t)x$ на плоскости найдите (в стандартной карте) векторное поле фазовой скорости индуцированного потока на проективной прямой.

Задача 7. Докажите теорему Лиувилля — определитель Вронского $W(t)$ фундаментальной системы решений уравнения $\dot{x} = A(t)x$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{W} = \text{tr}(A(t))W.$$