

## Задание #2

13 сентября

## Задача 1

Найдите все нормальные подгруппы группы перестановок  $\mathfrak{S}_4$ .

## Задача 2

Для произвольной группы  $G$  множество элементов  $Z_G = \{h \mid gh = hg \forall g \in G\}$  называется ее центром и является нормальной подгруппой. Докажите, что  $Z_{\mathfrak{S}_n} = \{e\}$  при  $n \geq 3$ .

## Задача 3

Постройте изоморфизмы  $\mathbf{S}^1/\mu_n \simeq \mathbf{S}^1$  и  $\mathbb{R}/\mathbb{Q} \simeq \mathbf{S}^1/\mu$ .

## Задача 4

Докажите, что группа перестановок  $\mathfrak{S}_n$  порождена транспозициями вида  $(i \ i + 1)$ , где  $i = 1, \dots, n - 1$ .

## Задача 5

Докажите, что при  $n \geq 3$  группа  $\mathfrak{S}_n$  порождена элементами  $(12)$  и  $(12 \dots n)$ .

## Задача 6

Пусть  $n \geq 3$ . Докажите, что для любого  $k = 2, \dots, n - 1$  в группе  $\mathfrak{S}_n$  найдется минимальная система из  $k$  образующих.

## Задача 7

Постройте эпиморфизм  $\mathfrak{S}_4 \rightarrow \mathfrak{S}_3$  и найдите его ядро.