

Задача 1. Докажите, что

$$E_{p,q}^\infty = \text{Im}(H_{p+q}(X_p) \rightarrow H_{p+q}(X)) / \text{Im}(H_{p+q}(X_{p-1}) \rightarrow H_{p+q}(X))$$

Задача 2. Рассмотрим комплекс

$$C_2 \rightarrow C_1 \rightarrow C_0,$$

свободных абелевых групп с образующими a_1, a_2 в группе C_1 , b_1, \dots, b_5 в группе C_2 , c_1, c_2 в группе C_3 . Дифференциал задан на образующих следующим образом: $\partial(b_1) = 2a_1$, $\partial(b_2) = -a_1$, $\partial(b_3) = -a_2$, $\partial(b_4) = -2a_2$, $\partial(b_5) = 3a_2 - 5a_1$, $\partial(c_1) = -b_1 + 2b_2 - 2b_3 + 2b_4$, $\partial(c_2) = b_3 + b_4$.

Фильтрация на комплексе индуцирована фильтрацией на системе образующих:

$$\{a_1\} \subset \{a_1, a_2, b_1\} \subset \{a_1, a_2, b_1, b_2\} \subset \{a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, b_4\} \subset \{a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, c_1, c_2\}.$$

Руководствуясь определениями вычислите соответствующую спектральную последовательность – группы $E_{p,q}^r$, их образующие и соотношения и действие дифференциалов.

Задача 3. Для фильтрации двумерного тора заданной рисунком вычислите соответствующую спектральную последовательность. Нарисуйте представителей образующих групп $E_{p,q}^r$.

Задача 4. Покажите, что найдется такая фильтрация окружности, что соответствующая спектральная последовательность вырождается не ранее чем в 6 (вариант - 106) члене.