

5

В последующих задачах используется введённый на лекциях изоморфизм

$$\text{EXT}(G, M) \cong H^2(G, M).$$

5.1. Опишите  $C_4$  и  $C_2 \times C_2$  в терминах  $H^2(C_2, C_2)$ .

5.2. Опишите все 8-элементные группы в кохомологических терминах.

5.3\*\*. Опишите все 16-элементные группы в кохомологических терминах.

5.4. Постройте расширение

$$0 \longrightarrow C_2 \times C_2 \longrightarrow A_3 \longrightarrow C_3 \longrightarrow 1.$$

Опишите его в кохомологических терминах.

5.5. Для *расщепляющихся* расширений с абелевым ядром

$$0 \longrightarrow M \longrightarrow E \longrightarrow G \longrightarrow 1$$

параметризируйте множество расщеплений  $G \rightarrow E$  коциклами из группы  $Z^1(G, M)$ . Какие расщепления соответствуют кохомологичным коциклам?

5.6. Сколько существует расщеплений последовательности

$$0 \longrightarrow C_7 \longrightarrow D_7 \longrightarrow C_2 \longrightarrow 1,$$

связанной с диэдральной группой  $D_7$ ?

5.7\*. Опишите расщепления последовательности

$$0 \longrightarrow C^+ \longrightarrow \text{Isom}^+(\mathbb{R}^2) \longrightarrow C_1 \longrightarrow 1,$$

в которой  $\text{Isom}^+(\mathbb{R}^2)$  – группа сохраняющих ориентацию изометрий евклидовой плоскости. Эта плоскость предполагается наделённой комплексной структурой, и изометрии имеют вид  $z \mapsto az + b$ , а  $C^+$  – (аддитивная) группа сдвигов  $z \mapsto z + b$ . Сопоставьте полученный результат с результатом задачи 5.5.

31 марта, Г.Б. Шабат