# Топология подмножеств $\mathbb{R}^n$

**Задача 1.1.** Пусть $F$ — отображение из $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}$, такое что функции $f_{y_0}(x) := F(x, y_0)$ и $g_{x_0}(y) := F(x_0, y)$ непрерывны для всех $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$. Можно ли утверждать, что отображение $F$ непрерывно?

**Задача 1.2.** Постройте гомеоморфизм
а) между плоскостью $\mathbb{R}^2$ и открытым диском $D^2 := \{v \in \mathbb{R}^2 : |v| < 1\}$;
б) между плоскостью и сферой $S^2$ без точки.

**Задача 1.3.** а) $GL_n(\mathbb{R})$ — открытое подмножество $\mathbb{R}^{n^2}$.
б) Является ли оно линейно связным?
в) Является ли $SO_n$ линейно связным подмножеством $\mathbb{R}^{n^2}$?

**Задача 1.4.** а) Отрезок и интервал; б) отрезок, окружность и восьмерка в) прямая и плоскость не гомеоморфны.

**Задача 1.5.** а) Существует непрерывная биекция из полуинтервала на окружность...
б) ...но они не гомеоморфны.

**Задача 1.6.** Не существует непрерывной биекции отрезка на плоскость.

▷ Напомним, что канторово множество — это множество чисел на отрезке $[0; 1]$, у которых есть троичная запись из нулей и двоек.

**Задача 1.7.** а) Канторово множество гомеоморфно своему квадрату.
б) Постройте непрерывную сюръекцию канторова множества на отрезок.
в) Постройте непрерывную сюръекцию отрезка на квадрат и прямой на плоскость.