

ЛИСТОК 2. 24 ФЕВРАЛЯ 2021

*Задача 1.* Функция  $f$  голоморфна в области  $D$ , содержащей отрезок  $[a, b]$ . Докажите, что на отрезке найдутся точки  $c, d$ , такие что

$$f(a) - f(b) = (a - b)(\operatorname{Re}(f'(c)) + i\operatorname{Im}(f'(d))).$$

*Задача 2.* Докажите, что нули производной многочлена содержатся в выпуклой оболочке нулей самого многочлена.

*Задача 3.* Докажите, что голоморфная функция, вещественная часть которой постоянна, постоянна.

*Задача 4.* Рассмотрим путь (отображение отрезка)  $t \mapsto a \cos(t) + ib \sin(t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . Вычислите прообраз формы  $dz/z$  на  $[0, 2\pi]$  при этом отображении. Чему равен интеграл  $dz/z$  по этому пути?

*Задача 5.* Рассмотрим функцию  $f$ , голоморфную в круге радиуса  $R$ , пусть  $r < R$ . Доказать, что в круге радиуса  $r$   $(f(z + h) - f(z))/h$  сходится (при  $h \rightarrow 0$ ) к  $f'(z)$  равномерно по  $h$  (оба круга имеют общий центр).