

# Отчёт по гранту фонда «Современное естествознание»

Дмитрий Зубов

## 1 Результаты, полученные в 2019 году

### 1. Орициклически инвариантные конечно-аддитивные меры и контактные потоки Аносова.

На компактном ориентируемом трёхмерном многообразии рассмотрим гладкий аносовский поток с дополнительной контактной структурой: мы предполагаем, что найдётся такая гладкая 1-форма  $\alpha$ , что  $\alpha(X) = 1$ , что её дифференциал  $d\alpha$  симплектический на  $\ker \alpha$ , и что  $\iota_X d\alpha = 0$ .

Согласно теореме Катка-Хурдера (1990), инвариантные подрасслоения  $TM$ : неустойчивое,  $E_u$ , и устойчивое,  $E_s$ , являются  $C^{2-\varepsilon}$  гладкими для сколь угодно малого  $\varepsilon$ , и поэтому можно изучать потоки, генерированные орициклическими векторными полями  $U, V$ , являющиеся глобальными сечениями соответствующих подрасслоений. Эти потоки строго эргодические с лиувиллевой инвариантной мерой  $dm = \alpha \wedge d\alpha$ .

Пользуясь техникой, возникшей в работах Буфетова и Форни (2014) об орициклических потоках на (единичных касательных расслоениях) компактных двумерных римановых поверхностях старшего рода, и отчасти использованной в предыдущей работе автора об инвариантных слоениях аносовских диффеоморфизмов, удалось получить качественное описание отклонений эргодических интегралов  $C^4$  гладких функций от средних по лиувиллевской мере.

Подобно недавней работе Гийярму и Фора (2017), а также Адама (2018), описание дано в терминах спектра Рюэлля-Полликотта для трансфер-оператора аносовского потока, в данном случае рассмотренного в пространстве соболевских обобщённых 1-форм. Собственным функциям с собственными значениями с вещественной частью, наиболее близкой к нулю, соответствуют конечно-аддитивные меры на слоях  $V$ -потока, инвариантные относительно  $U$ -потока. Это наблюдение позволяет также описать явный вид инвариантных обобщённых функций аносовского потока.

## 2 Опубликованные и поданные в печать работы

1. Д. И. Зубов, *Конечно-аддитивные меры на неустойчивых слоях диффеоморфизмов Аносова*, Функц. анализ и его прил., **53:3** (2019), 92–97.

## 3 Участие в конференциях и школах

- (1) Topological dynamics and related topics, Нижний Новгород, 2-6 января 2019
- (2) Dynamics in Siberia - 2019, Новосибирск, 28 февраля - 2 марта 2019
- (3) Dynamics Beyond Uniform Hyperbolicity, Марсель (Франция), 13-24 мая 2019
- (4) Thermodynamical formalism: Modern Techniques in Smooth Ergodic Theory, Марсель (Франция), 1-5 июля 2019
- (5) School and Workshop on Random Matrix Theory and Point Processes, Триест (Италия), 24-28 сентября 2019

## 4 Преподавание

- Преподаватель семинаров по дисциплине «Введение в топологию» для 1 курса совместного бакалавриата ВШЭ-ЦПМ.

## 5 Сравнительный анализ результатов относительно плана исследований

1. Основным результатом последних трёх лет — получение предельной теоремы для нормированных средних  $C^2$ -гладких с нулевым средним по мере максимальной энтропии, по  $C^1$ -областям в (не)устойчивых многообразиях диффеоморфизмов Аносова, взятых относительно меры Маргулиса энтропии. Найдены достаточные условия их сходимости к конечно-аддитивной мере, инвариантной относительно голономии. Эти результаты изложены в статье (2019) в «Функциональном анализе...», с более подробным доказательством в ожидаемой новой версии препринта.
2. Тем не менее, не удалось найти явных примеров, в которых подпространство голономно-инвариантных конечно-аддитивных мер имеет размерность больше, чем 1. Основная трудность состоит в том, что существенный спектральный радиус возникающего в задаче трансфер-оператора не может быть сделан сколь угодно малым, и поэтому обычные методы теории возмущений спектра здесь не применимы.
3. В текущем году удалось получить обобщения метода конечно-аддитивных мер на случай контактных потоков Аносова. Полученные результаты составляют первый пункт отчёта. Работа над текстом этой статьи ещё не закончена.