

Отчет по гранту конкурса
"Молодая математика России"
2023 год
Каплун А.В.

1 Результаты, полученные в этом году

В первой половине 2023 года подводились итоги исследования алгебры эйконалов \mathfrak{E} метрического графа Ω . Напомним, что эйконалы E_γ^T – самосопряженные операторы, определяемые динамической системой, описывающей распространение волн по метрическому графу. Эти результаты, полученные в течение всего предыдущего года были опубликованы [1] и представлены на различных семинарах и конференциях.

В дальнейшем, проводились исследования, посвященные численному моделированию результатов для уточнения основного результата статьи [1]. В ней были определялись два канонических метрических графа (фреймы, геометрический \mathfrak{F}_Σ^g и алгебраический \mathfrak{F}_Σ^a), ассоциированных с исследуемым графом. Напомним, что в статье вводился некоторый класс графов (т.н. *ординарные графы*), для которых оказывалась справедливой теорема:

Теорема 1. Пусть область $\Omega^T[\Sigma]$ является ординарным графом. Тогда соответствие между фреймами $\mathfrak{F}_\Sigma^a \ni \pi \leftrightarrow \lambda \in \mathfrak{F}_\Sigma^g$, задаваемое условием

$$\sigma_\gamma(\pi) = \sigma_\gamma(\lambda), \quad \gamma \in \Sigma \quad (1)$$

оказывается изометрией фреймов (как метрических пространств).

При этом, алгебра эйконалов \mathfrak{E} допускает реализацию в виде алгебры полунепрерывных сечений C^* –расслоений с базой \mathfrak{F}_Σ^g или \mathfrak{F}_Σ^a .

Тем не менее, точное описание такого класса графов в стандартных терминах (обязан ли такой граф быть деревом, допускает ли он наличие циклов, а если да - какое их количество, и т.д.) остается открытым

вопросом, для решения которого и проверки различных гипотез проводились моделирования. Проводилось дополнительное исследование возможности т.н. "расклейки" фреймов в метрические графы с некоторой динамикой волн на них, которые, из-за ограничений в в возможностях исследований, к текущему моменту не дали однозначных результатов.

2 Конференции и школы

- Международная конференция "Days on Diffraction 2023", 5 июня – 9 июня 2023, Санкт-Петербург
- выступления на семинарах:
 - семинар В.М. Бабича по дифракции и распространению волн (ПОМИ РАН)
 - семинар «Уравнения на графах и стратифицированных множествах»
 - семинар «Дифференциальные операторы на сингулярных пространствах, алгебраически интегрируемые системы и квантование»

Список литературы

- [1] М.И. Белишев, А.В. Каплун
Канонические формы алгебры эйконолов метрического графа и его геометрия , Зап. Научн. Сем. ПОМИ, т. 519, 35-66