

**ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА  
(Грант «Кандидат или доктор наук — Математика»)**

1. ФИО Грантополучателя: *Иванов Александр Валентинович*
2. Номер договора: 22-7-3-2-1
3. Название проекта: Метод теплового ядра и регуляризация в квантовой теории поля
4. Год выполнения проекта: первый
5. Аннотация: Изучены новые представления для операторной упорядоченной экспоненты и их приложение (зависимость фонового поля от калибровочного преобразования) к четырехмерной квантовой теории Янга–Миллса. Посчитана двухпетлевая поправка в эффективном действии в случае двумерной нелинейной сигма-модели и часть трехпетлевого вклада в случае четырехмерной модели Янга–Миллса. Изучены и описаны важные базовые свойства локального теплового ядра.
6. Подробный отчет за отчетный период:

Часть 1. В совместной работе с Н.В.Харук были изучены новые представления для операторной упорядоченной экспоненты, их свойства, а также их роль в квантовой четырехмерной теории Янга–Миллса. Было показано, что можно ввести регуляризацию обрезанием в координатном представлении таким образом, что она сохранит ковариантность квантового действия относительно калибровочных преобразований фонового поля. Этот факт гарантирует, что локальные расходящиеся части в квантовом действии будут строиться только с использованием напряженности и ее ковариантных производных.

Такой результат полезен по той причине, что он позволяет значительно упрощать конкретные подсчеты сингулярных слагаемых. В частности, в двухпетлевом порядке квантового действия Янга–Миллса полученные результаты позволяют полностью исключить все входящие упорядоченные экспоненты.

Часть 2. В совместной работе с Н.В.Харук были изучены расходящиеся интегралы в трехпетлевой поправке специального вида ( $\Gamma_4^2$ -вклад) в эффективном действии четырехмерной квантовой теории Янга–Миллса. В качестве регуляризации было использовано обрезание в координатном представлении. Подсчет производился сведением структуры исследуемых диаграмм к "двухпетлевому" виду, что позволило воспользоваться ранее предложенной процедурой подсчета. В работе также обсуждаются нелокальные слагаемые, их явный вид и подрасходимости.

Такая постановка задачи является новой, поскольку указанный вид регуляризации ранее был исследован в квантовых перенормируемых моделях лишь в первых двух поправках. Актуальность исследования вытекает из того факта, что на сегодняшний день регуляризация обрезанием плохо изучена в случае калибровочных моделей, поэтому любое продвижение в этом направлении является полезным и важным.

Часть 3. В совместной работе с П.В.Акацевичем была изучена двухпетлевая перенормировка двумерной квантовой нелинейной сигма-модели. В качестве регуляризации было использовано обрезание (деформация) функции Грина в координатном представлении. В качестве основного результата была представлена формула для расходящейся части в виде функционала, зависящего от регуляризации. Для проверки были рассмотрены два конкретных случая регуляризации, а также была показана согласованность с ранее полученными результатами.

Задача подобного рода интересна, потому что тройная и четверная вершины имеют тот же вид, что и в теории Янга–Миллса. Этот факт приводит к схожести диаграмм, входящих в двухпетлевую часть эффективного действия. Таким образом, в описанных условиях сигма-модель является облегченной версией теории Янга–Миллса, что позволяет более наглядно провести все вычисления и проверить зависимость от регуляризации.

Часть 4. Одним из часто используемых математических инструментов в теоретической физике является тепловое ядро (решение уравнения теплопроводности). Известно, что в общем случае явный ответ для него выписать нельзя, поэтому обычно работать приходится с частью теплового ядра, совпадающей с его основной асимптотической частью (локальным тепловым ядром) при малых значениях собственного времени. На этом пути часто возникает путаница, так как объекты обладают различными свойствами.

В работе изучены и описаны важные базовые свойства локального теплового ядра, такие как, продолжение на многообразии, специальные функции, представление континуальным интегралом, единственность. Проведено также сравнение со стандартным тепловым ядром.

## 7. ПУБЛИКАЦИИ

### 7.1. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта **за отчетный период (12 месяцев):**

A. V. Ivanov, N. V. Kharuk, Ordered Exponential and Its Features in Yang–Mills Effective Action, 2023 Commun. Theor. Phys. 75, 085202, arXiv:2301.10514, 10.1088/1572-9494/acde4e (исследовательская статья)

A. V. Ivanov, N. V. Kharuk, Three-loop divergences in effective action of 4-dimensional Yang–Mills theory with cutoff regularization:  $\Gamma_2^4$ -contribution, Zap. Nauchn. Sem. POMI, 520, POMI, St. Petersburg, 2023, 162–188, pdmi.ras.ru/zns/2023/v520.html (исследовательская статья)

P. V. Akacevich, A. V. Ivanov, On Two-Loop Effective Action of 2D Sigma Model, Eur. Phys. J. C 83, 653 (2023), arXiv:2304.02374, 10.1140/epjc/s10052-023-11797-0 (исследовательская статья)

### 7.2. Остальные публикации по результатам проекта **за отчетный период (12 месяцев):**

A. V. Ivanov, On Local Heat Kernel, arXiv:2303.15785 (препринт)

П. В. Акацевич, А. В. Иванов, Двухпетлевая структура модели главного кирального поля, тезисы конференции «65-я Всероссийская научная конференция МФТИ в честь 115-летия Л.Д. Ландау», <https://conf.mipt.ru/page/conference-materials>

### 7.3. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта **за весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.1. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

7.4. Остальные публикации по результатам проекта **за весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.2. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

7.5. Иные публикации за весь срок выполнения проекта (в т.ч. публикации, не связанные с темой проекта): иных публикаций не имею.

8. Участие в научных мероприятиях, стажировках, научном сотрудничестве и т.п., за отчетный период:

Устный доклад на международной конференции «One-Parameter Semigroups of Operators (OPSO) 2023», Нижний Новгород, 27 февраля – 3 марта, 2023 г. Название доклада: Local heat kernel: construction and properties.

Устный доклад на российской конференции 65-я Всероссийская научная конференция МФТИ в честь 115-летия Л.Д. Ландау, МФТИ, 3 – 8 апреля, 2023 г. Название доклада: Двухпетлевая структура модели главного кирального поля.

Устный доклад на международной конференции XX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, 25 – 28 апреля, 2023 г. Название доклада: Упорядоченная экспонента и ее применение в теории Янга—Миллса.

Устный доклад на российской конференции «ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ – XXXIV» в рамках XXXVI Международной Воронежской весенней математической школы «СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ», Воронеж, 3 – 9 мая, 2023 г. Название доклада: О спектральных функциях оператора Дирака на многообразиях с доменными стенками.

9. Основное место работы в настоящее время, должность: научный сотрудник, Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А.Стеклова РАН.

10. План работ на следующий отчетный период:

Планируется продолжить изучение сингулярных вкладов в эффективное действие квантово-полевых моделей. В частности планируется явно посчитать трехпетлевые интегралы для скалярной теории  $\phi^4$  в четырехмерном пространстве и для кубической скалярной теории в суперперенормируемом случае. Такая постановка задачи является актуальной, поскольку ранее предложенная регуляризация на примере скалярных теорий изучалась лишь в первых двух поправках.

В качестве результата планируется найти конкретное значение расходимости, а также представить полученные результаты в виде исследовательской статьи.

Подпись Грантополучателя



Дата заполнения 31.10.2023