

**ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА**  
**(Грант «Кандидат или доктор наук — Математика»)**

1. ФИО Грантополучателя: *Петров Виктор Александрович*
2. Номер договора: 22-7-3-3-1
3. Название проекта: К-теория Моравы и мотивы однородных многообразий
4. Год выполнения проекта: (первый, второй или третий)

5. Аннотация:

*(Кратко описать проведенные исследования и сформулировать полученные за отчетный период результаты. Не более 1/4 страницы)*

Совместно с Андреем Лавреновым дан критерий изоморфизма мотивов Моравы для многообразий полных флагов. В случае  $K(1)$ -теории Моравы критерий можно переформулировать в терминах алгебр Титса, а в случае  $K(2)$  – в терминах инварианта Роста.

Совместно с Никитой Гельдхаузером доказано, что группа внешнего типа  $E_6$  получается конструкцией Титса тогда и только тогда, когда ее инвариант Роста по модулю 2 является чистым символом. В качестве приложения доказывается теорема типа Спрингера для некоторых многообразий внешнего типа  $E_6$ .

6. Подробный отчет за отчетный период:

*(1-3 страницы. В свободной форме, но содержащий:*

- описание проведенных исследований
- полученные результаты
- оценка новизны и актуальности полученных результатов)

Совместно с Андреем Лавреновым доказано, что  $K(n)$ -мотивы Моравы двух многообразий полных флагов относительно групп одного и того же типа изоморфны тогда и только тогда, когда мотив каждого из этих многообразий расщепляется в мотивы Лефшеца над полем функций другого. Доказательство использует топологическую фильтрацию на  $K$ -теории Моравы. В частности, получается, что изоморфизм  $K(n)$ -мотивов влечет изоморфизм  $K(m)$ -мотивов при  $m < n$  (а изоморфизм  $SH/p$ -мотивов влечет изоморфизм всех  $K(n)$ -мотивов, что, прочем, было известно и раньше). В случае  $n=1$  мы восстанавливаем результат Ивана Александровича Панина о том, что  $K_0$ -мотивы изоморфны тогда и только тогда, когда совпадает набор алгебр Титса. В случае  $n=2$  в односвязном случае  $K(2)$ -мотивы изоморфны тогда и только тогда, когда совпадают циклические подгруппы в третьих когомологиях Галуа, порожденные инвариантом Роста по модулю  $p$ . В неодносвязном случае нужно требовать аналогичное условие после перехода на поле функций произведения многообразий Севери-Брауэра от алгебр Титса. Препринт опубликован на [arxiv.org](http://arxiv.org), статья послана в *Canadian J. Math.*

Совместно с Никитой Гельдхаузером доказано, что следующие условия на группу внешнего типа  $E_6$  с тривиальными алгебрами Титса эквивалентны: (1) Она получается конструкцией Титса (2) Соответствующая группа типа  $E_7$  имеет параболическую подгруппу типа  $P_7$  над

базовым полем (3) Инвариант Роста по модулю 2 является чистым символом. Доказательство использует теорию симметрических пространств и ранее полученный автором совместно с Гарибальди и Гельдхаузером результат о изотропности многообразия типа E7/P7 в терминах инварианта Роста. В качестве приложения с использованием результата Гарибальди и Петерссона доказана версия теоремы Спрингера для многообразий типа E6/P\_{1,2,6}. Это первый случай доказательства теоремы Спрингера для исключительных многообразий внешнего типа, отличных от многообразий полных флагов. Результат представляет интерес и для теории неассоциативных алгебр (а именно, алгебр Брауна). Статья находится в стадии написания текста.

## 7. ПУБЛИКАЦИИ

*(Для всех нижеприведенных подпунктов указывать в формате:*

*На английском или русском языках. Указать полный список авторов, название публикации, журнал и выходные данные публикации, включая год публикации, интернет-адрес публикации, интернет-ссылку на данную публикацию на ресурсе arXiv.org (если имеется). Если авторов более 5, указать только первого автора и общее число авторов. Для всех публикаций указать тип публикации (обзор, препринт, труды конференции, и т.п.). Публикации должны быть сгруппированы по типу (препринты/труды конференции и т.п.)*

### 7.1. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта **за отчетный период (12 месяцев):**

*(В данном пункте указываются только регулярные исследовательские статьи в рецензируемых журналах)*

### 7.2. Остальные публикации по результатам проекта **за отчетный период (12 месяцев):**

*(В данном пункте указываются препринты, публикации в трудах конференций, и т. п.)*

Препринт A. Lavrenov, V. Petrov, "Morava K-theory and Rost invariant"  
<https://arxiv.org/abs/2306.13605>

### 7.3. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта **за весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.1. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

*(В данном пункте указываются только регулярные исследовательские статьи в рецензируемых журналах)*

### 7.4. Остальные публикации по результатам проекта **за весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.2. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

*(В данном пункте указываются препринты, публикации в трудах конференций, и т. п.)*

### 7.5. Иные публикации за весь срок выполнения проекта (в т.ч. публикации, не связанные с темой проекта):

*(В данном пункте указываются публикации, не упомянутые ни в одном из пунктов выше)*

Статья в рецензируемом издании

V.A. Petrov, A.V. Semenov, "Geometry of symmetric spaces of type EVI", J. Algebra, 2023  
[sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021869323002983](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021869323002983)

(не связана с темой настоящего проекта, но имеет отношение к предыдущем проекту в рамках гранта «Молодая математика России»).

8. Участие в научных мероприятиях, стажировках, научном сотрудничестве и т.п., за отчетный период:

*(Для каждого мероприятия укажите: даты приезда/отъезда, название и тип мероприятия, организацию, город, страну. Если применимо, укажите дату и название доклада.)*

Пленарный доклад на III конференции Математических центров (Майкоп, 13 октября 2023) "Конструкция Титса и инвариант Роста"  
<https://mc-conf.adygnet.ru/>

Доклад на конференции "Алгебраические группы: сезон белых ночей III" (Санкт-Петербург, 14 июля 2023) "K(2)-мотивы Моравы и инвариант Роста"  
<https://indico.eimi.ru/event/1229/program>

Доклад на семинаре им. И.Р.Шафаревича (Москва, 31 октября 2023) "О производной категории гладких проективных многообразий с действием тора"  
[https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option\\_lang=rus&presentid=40528](https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=40528)

Доклад на семинаре им. В.А.Исковских (Москва, 23 марта 2023) "K(2)-мотивы Моравы и инвариант Роста" [https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option\\_lang=rus&presentid=38495](https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=38495)

Доклад на Совместном общематематическом семинаре СПбГУ и Пекинского университета (Санкт-Петербург, online, 13 апреля 2023) "Morava K(2)-motives and the Rost invariant"  
[https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option\\_lang=rus&presentid=38750](https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=38750)

Мини-курс на Десятой школе-конференции "Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов" (Москва, 29 января-2 февраля 2023) "Квадратичные формы и мотивы Чжоу"  
[https://www.mathnet.ru/php/conference.phtml?option\\_lang=rus&eventID=1&confid=2151](https://www.mathnet.ru/php/conference.phtml?option_lang=rus&eventID=1&confid=2151)

Мини-курс на Весенней школе-конференции Института Эйлера по алгебре (Санкт-Петербург, 29 апреля-3 мая 2023) "GKM-многообразия и графы"  
<https://algeuler.tilda.ws/spring-school-2023>

Мини-курс на Летней математической школе "Алгебра и геометрия" (Суздаль, 25-27 июля 2023) "Когомологические инварианты спинорных групп"  
<http://www.bogomolov-lab.ru/SHKOLA2023/schedule.html>

9. Основное место работы в настоящее время, должность:

Санкт-Петербургский Государственный университет, профессор

10. План работ на следующий отчетный период:

*(Описать планируемые исследования, их цели и ожидаемые результаты. Для отчета за последний год выполнения проекта не заполняется)*

Планируется совместно с Александром Кузнецовым изучить производную категорию многообразий Фрейдентала (исключительная серия из 4 многообразий, а именно лагранжиана  $LGr(3,6)$ , грассманиана  $Gr(3,6)$ , ортогонального многообразия  $OGr(6,12)$  и исключительного многообразия  $E7/P7$ ). Оказывается, существует флип, связывающий раздутие такого многообразия в точке с раздутием проективного пространства той же размерности в соответствующем многообразии Севери (а именно, проективной плоскости во вложении Веронезе, произведения двух проективных плоскостей, вложенных по Сегре,

грассманиана  $Gr(2,6)$  и исключительного многообразия  $E6/P6$ ), на производных категориях от которых полный исключительный набор известен. Это дает надежду на построение полного исключительного набора и на многообразиях Фрейденталя.

Кроме того, планируется изучить наличие полуортогональных разложений на некоторых изотропных (т.е. имеющих рациональную точку), но нерасщипимых проективных однородных многообразиях. Например, на изотропной квадрике есть полуортогональное разложение со слагаемыми, изоморфными производной категории от точки (в количестве удвоенный индекс Витта) и производной категории анизотропного ядра. Аналогичные результаты на уровне мотивов Чжоу были получены Патриком Броснаном.

Подпись Грантополучателя \_\_\_\_\_



Дата заполнения 07/11/2023