

**ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА**  
**(Грант «Аспирант или молодой ученый без степени — Математика»)**

1. ФИО Грантополучателя: *Тепляков Егор Александрович*
2. Номер договора: 22-7-5-5-1
3. Название проекта: Методы алгебраической топологии, гомотопической алгебры и теории симметрии в физике конденсированных сред
4. Год выполнения проекта (первый, второй, третий): первый
5. Аннотация:

*(Кратко описать проведенные исследования и сформулировать полученные за отчетный период результаты. Не более 1/4 страницы)*

1) Методами гомотопической алгебры проведено построение обобщенных теорий когомологий, возникающих в топологических фазах. А также описан подход к доказательству когомологической гипотезы.

2) Была описана связь между симметрией и топологией для топологических сверхпроводников. Также был описан физический смысл чисел Черна в топологических сверхпроводниках. Результаты, полученные для топологических сверхпроводников с использованием двух подходов, а именно, теории групп и алгебраической топологии совпали на примерах таких материалов, как  $UPt_3$ ,  $Sr_2RuO_4$ . Была исследована фаза Гинзбурга-Ландау методами теории групп и теории представлений. Теоретико-групповой подход на основе теоремы Макки-Брэдли, развитый в работе (Symmetry, 2023), дал хорошее согласие с существующими экспериментами на примере материалов, обладающих симметриями  $D_{2h}$ ,  $D_{4h}$ ,  $D_{6h}$ .

6. Подробный отчет за отчетный период:

*(1-3 страницы. В свободной форме, но содержащий:*

- описание проведенных исследований*
- полученные результаты*
- оценку новизны и актуальности полученных результатов)*

1) Было дано математическое определение такому физическому понятию как топологические фазы на математическом уровне строгости. Рассматривая гамильтонианы, задаваемые самосопряженными операторами в гильбертовом пространстве, на котором группа  $G$  действует унитарными или антиунитарными операторами. На этом множестве можно ввести естественную операцию наложения, относительно которой  $\text{Hom}_G$  становится абелевым моноидом (т.е. абелевой полугруппой с нейтральным элементом). Группа обратимых элементов этого моноида и называется топологической фазой. Была рассмотрена проблема классификации топологических фаз с помощью обобщенных теорий когомологий и  $\Omega$ -спектра, что имеет огромное значение в теоретической физике. Предположение о том, что обратимые топологические фазы должны классифицироваться обобщенными теориями когомологий

было высказано физиком Алексеем Китаевым, но математически строго доказано не было. Понятие  $\Omega$ -спектра хорошо известно в алгебраической топологии и играет в ней важную роль. А, именно, с каждым  $\Omega$ -спектром ассоциируется обобщенная теория когомологий. Используя аппарат теории гомотопии, было построено классифицирующее пространство для обратимых топологических фаз и показано, что для этих пространств можно ввести понятие бесконечнократных пространств петель и получить  $\Omega$ -спектр. Достоинство развитого подхода к построению обобщенных теорий когомологий для классификации топологических фаз состоит в том, что по сравнению с известным подходом на основе топологической квантовой теории поля, не используется серьезного предположения о том, что обратимые топологические фазы описываются обратимыми квантовыми топологическими теориями полей, что является еще недоказанным математическим утверждением.

2) Были рассмотрены теоретико-групповой(симметричный) подход на основе теоремы Макки-Брэдли и топологический подход к исследованию параметров порядка(волновых функций Куперовских пар) топологических сверхпроводников. Эти два подхода являются двумя основными качественными методами исследования в современной физике конденсированных сред и исследование взаимосвязи этих двух подходов является активной областью исследований. Была показана связь между этими двумя подходами в нашей работе. Было впервые исследовано поведение фазы Гинзбурга-Ландау на плоскостях симметрии теоретико-групповыми методами. Квазиугловой момент в этом подходе соответствует характеристам неприводимых представлений подгруппы вращений. Экспериментально установленные параметры порядка для таких материалов, как  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  с симметрией  $D_{4h}$  и  $\text{UTe}_2$  с симметрией  $D_{2h}$  дали хорошее согласие с параметрами порядка полученные из развитого нами теоретического подхода. Наш подход теоретико-групповой и топологический позволяет построить параметры порядка с нецелой намоткой фаз(phase winding) для Куперовских пар, что составляет теоретическую базу для объяснения недавних экспериментов.

## 7. ПУБЛИКАЦИИ

*(Для всех нижеприведенных подпунктов указывать в формате:*

*На английском или русском языках. Указать полный список авторов, название публикации, журнал и выходные данные публикации, включая год публикации, интернет-адрес публикации, интернет-ссылку на данную публикацию на ресурсе arXiv.org (если имеется). Если авторов более 5, указать только первого автора и общее число авторов. Для всех публикаций указать тип публикации (обзор, препринт, труды конференции, и т.п.). Публикации должны быть сгруппированы по типу (препринты/труды конференции и т.п.)*

### 7.1. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта за отчетный период (12 месяцев):

*(В данном пункте указываются только регулярные исследовательские статьи в рецензируемых журналах)*

1. V. G. Yarzhemsky, E. A. Teplyakov, Topological Structure of the Order Parameter of Unconventional Superconductors Based on d- and f – Elements, Symmetry, 2023, DOI:10.3390/sym15020376, (Q2). Тип публикации- Regular Article

2. E. A. Teplyakov, V. G. Yarzhemsky, Space-group approach to the Ginzburg-Landau phase winding in topological superconductors: Application to Sr<sub>2</sub>RuO<sub>4</sub>, Phys. Rev. B (Q1), находится на рассмотрении у рецензентов. Тип публикации- Regular Article

7.2. Остальные публикации по результатам проекта за **отчетный период (12 месяцев)**:

*(В данном пункте указываются препринты, публикации в трудах конференций, и т. п.)*

1. E. A. Teplyakov, A. G. Sergeev,  $\Omega$ -spectrum and generalized cohomology theories in symmetry protected topological phases, 2023. Тип публикации-preprint

7.3. Публикации в рецензируемых журналах по результатам проекта за **весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.1. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

*(В данном пункте указываются только регулярные исследовательские статьи в рецензируемых журналах)*

7.4. Остальные публикации по результатам проекта за **весь срок выполнения проекта**, за исключением публикаций из пункта 7.2. (для отчета за 1-ый год не заполняется):

*(В данном пункте указываются препринты, публикации в трудах конференций, и т. п.)*

7.5. Иные публикации за весь срок выполнения проекта (в т.ч. публикации, не связанные с темой проекта):

*(В данном пункте указываются публикации, не упомянутые ни в одном из пунктов выше)*

1. E. G. Il'in, A. S. Parshakov, V. G. Yarzhemsky, E. A. Teplyakov, A.K. Buryak, LDI mass spectrometry and quantum chemical calculations of four, five, and six atomic clusters of tantalum oxochloride anion-radicals, International Journal of Mass Spectrometry, 2023, DOI:10.1016/j.ijms.2023.117100. Тип публикации- Regular Article

8. Участие в научных мероприятиях, стажировках, научном сотрудничестве и т.п., за отчетный период:

*(Для каждого мероприятия укажите: даты приезда/отъезда, название и тип мероприятия, организацию, город, страну. Если применимо, укажите дату и название доклада.)*

1) E. A. Тепляков, Топологические методы в физике конденсированных сред, научный семинар МИАН “Комплексные задачи математической физики”, 7 марта 2023 года

2) E. A. Тепляков, Topological methods in condensed matter physics, Конференция "Молодежный забег МЦМУ МИАН", 13 марта 2023 года

3) E. A. Teplyakov, Space-group approach to the Ginzburg-Landau phase in topological superconductors and 4 quantum numbers of a Cooper pair, The International Summer Conference on Theoretical Physics, Abrikosov Center for Theoretical Physics, МФТИ, июнь 2023

9. Период обучения в аспирантуре (если применимо):

*(указать дату начала обучения и предполагаемую дату окончания обучения)*

01.09.2020 - 11.08.2024

10. Состояние работ по подготовке/защите кандидатской диссертации:

Написано 4 научные статьи по теоретической(математической) физике. План по подготовке публикаций для диссертации выполнен.

11. Предполагаемое название, дата и место защиты диссертации:

Диссертация по специальности: теоретическая физика. Тема диссертации: “Структура двухэлектронных состояний и параметра порядка в топологических сверхпроводящих материалах  $UTe_2$ ,  $UPt_3$ ,  $Sr_2RuO_4$ ”. Место защиты-диссертационный совет по теоретической физике в МФТИ. Примерная дата защита- май-июнь 2024 года

12. Основное место работы/учебы в настоящее время, должность:

Места учебы- МФТИ и НМУ

Основное место работы-стажер-исследователь в МЦМУ МИАН

13. План работ на следующий отчетный период:

*(Описать планируемые исследования, их цели и ожидаемые результаты. Для отчета за последний год выполнения проекта не заполняется)*

1) Планируется рассмотреть подход для построения  $\Omega$ -спектра и обобщенных теорий когомологий для классификации обратимых топологических фаз, используя предположение о том, что низкоэнергетическая система описывается обратимой топологической квантовой теорией поля. Будет рассмотрена связь подхода, развитого за первый год выполнения проекта, с этим подходом при доказательстве когомологической гипотезы, используя аппарат теории категорий и гомотопической алгебры.

2) Планируется попытка установить взаимосвязь двух данных физических понятий, таких как обратимые топологические фазы и обратимые топологические квантовые теории полей, на математическом языке, что является пока еще нерешенной задачей на данный момент.

Подпись Грантополучателя 

Подпись научного руководителя Грантополучателя

А. Г. Сергеев



Дата заполнения 02.11.2023