

АЛГЕБРА, ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Программа курса

0. Фрагменты теории категорий и функторов

- 0.0. Начально-конечные объекты
- 0.1. Категории SET^* , TOP^* ; MON , GRP , AB
- 0.2. Функтор $\pi_1 : TOP^* \rightarrow GRP$
- 0.3. О функторах $\pi_{>1} : TOP^* \rightarrow AB$; алгебра Уайтхеда
- 0.4. Мономорфизмы и эпиморфизмы
- 0.5. Уравнители и коуравнители
- 0.6. Декартово замкнутые категории
- 0.7. $Z^{Y \times X} \cong (Z^Y)^X$, $Z^{Y+X} \cong Z^Y \times Z^X$, $(Z \times Y)^X \cong Z^X \times Y^X$
- 0.8. Сопряжённые функторы

1. Абелевы категории

- 1.0. Совпадение сумм и произведений
- 1.1. Первые примеры: G_MOD и $R - MOD$
- 1.2. Ядра и коядра
- 1.3. Категории комплексов
- 1.4. Точные последовательности
- 1.5. Аддитивная структура на множествах морфизмов
- 1.6. Инъективные и проективные объекты
- 1.7. Резольвенты
- 1.8. Категории предпучков на окольцованных пространствах
- 1.9. Теорема Митчелла-Фрейда (формулировка)

2. Группы – 2

- 2.0. Перечисление малых групп
- 2.1. Силовские подгруппы конечных групп
- 2.2. Композиционные ряды; теорема Жордана-Гельдера
- 2.3. Разрешимые и нильпотентные группы
- 2.4. Нильпотентность p -групп
- 2.5. Разрешимость (p, q) -групп (формулировка т. Бернсайда)
- 2.6. Абелевы нормальные делители в подгруппах порядка ≤ 23
- 2.7. Расширения групп с абелевым ядром
- 2.8. Когомологии групп $H^2(G; M)$

3. Производные функторы

- 3.0. Полуточные функторы
- 3.1. Определение производных функторов
- 3.2. Существование и единственность производных функторов
- 3.3. Производные функтора $\text{invar} :: G_MOD \rightarrow AB$

- 3.4. Стандартная резольвента
- 3.5. Когомологии групп $H^1(G; M)$ и $H^3(G; M)$
- 3.6. Группа H^1 скрещенные морфизмы
- 3.7. Группа H^1 и функциональные уравнения
- 3.8. Внешние действия $G \rightarrow \text{Out}(N)$
- 3.9. Группы H^3 и препятствия к расширениям групп
- 3.10. Классификация общих расширений групп
- 4. **Элементы теории представлений конечных групп**
 - 4.0. Категории $G\text{-MOD}$
 - 4.1. Контрагredientный кофунктор $(V, \rho) \mapsto (V^*, \rho^*)$
 - 4.2. Операции \oplus , \cap и \otimes в $G\text{-MOD}$
 - 4.3. Неприводимые представления
 - 4.4. Теорема Машке о полной приводимости
 - 4.5. Характеры и их поведение относительно операций
 - 4.6. Ортогональность характеров
 - 4.7. Регулярное представление и его разложение
 - 4.8. Формула Бернсайда
 - 4.9. Доказательство т. Бернсайда о разрешимости (p, q) -групп
 - 4.10. Конечные группы порядка ≤ 60
- 5. **Кольца – 2**
 - 5.0. О размерности колец
 - 5.1. Когомологическая размерность
 - 5.2. Размерность Крулля
 - 5.3. Нильрадикал и радикал Джекобсона
 - 5.4. Артиновы кольца
 - 5.5. Нётеровы локальные кольца
 - 5.6. Расширения локальных колец; ветвление
 - 5.7. Размерность Крулля
 - 5.8. Кольца целых в полях алгебраических чисел
- 6. **Разное**
 - 6.1. Тензорные и таннакиевы категории
 - 6.2. Тензорная алгебра векторного пространства
 - 6.3. Симметрическая алгебра векторного пространства
 - 6.4. Внешняя алгебра векторного пространства
 - 6.5. Действие эндоморфизмов на внешней алгебре
 - 6.6. Треугольные группы и замощения
 - 6.7. Картографические группы
 - 6.8. Гиперболические группы
 - 6.9. Элементы алгебры ординалов

Г.Б. Шабат