

Задачи с параметром

Четность и симметрия

1. При каких значениях параметра a имеет единственное решение система:

$$\text{а) } \begin{cases} (|x| + 1) \cdot a = y + \cos x \\ \sin^2 x + y^2 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y \geq x^2 + 2a \\ x \geq y^2 + 2a? \end{cases}$$

2. Найдите все значения a и b , при которых система

$$\begin{cases} xyz + z = a \\ xyz^2 + z = b \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение?

3. * Найдите все значения параметра b , при которых система

$$\begin{cases} bx^2 + 2bx + y + 3b - 3 = 0 \\ by^2 + x - 6by + 11b + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Полный квадрат и другие неотрицательные выражения. Оценки

4. Число α подобрано так, что уравнение $\sqrt{x - \sqrt{3}} + \alpha^2 x^2 + 2\alpha x(\sqrt{6} - \sqrt{3}) = 6\sqrt{2} - 9$ имеет решение. Найдите это решение.

5. Для каждого значения a решите уравнение $9a^2 + \log_2^2 x + 3 \arccos(x - 1) - (3a - 1) \log_2 x^2 - 6a + 1 = 0$.

6. При каких значениях параметра система

$$\begin{cases} x^2 + 2px + 4p^2 - 5p + 3 \leq 4 \sin y - 3 \cos y \\ 0 \leq y \leq 2\pi \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Домашнее задание

7. Решите уравнение $\frac{|\operatorname{ctg} xy|}{\cos^2 xy} = \log_{\frac{1}{3}}(9y^2 - 18y + 10) + 2$.

8. Решите неравенство $\pi \cdot y - 2\pi + 2 \arcsin(x^2 + y) \geq 0$.

9. Решите систему $\begin{cases} 2^{-x}y^4 - 2y^2 + 2^x \leq 0 \\ 8^x - y^4 + 2^x - 1 = 0. \end{cases}$

10. Найдите все значения a , при которых уравнение $2 \cos 2x - 4a \cos x + a^2 + 2 = 0$ не имеет решений.

11. При каких значениях параметра c уравнение $x^2 - 2c \sin(\cos x) + 2 = 0$ имеет единственное решение?

12. Найдите все значения a , при которых уравнение $(x^2 - 6|x| + a)^2 + 10(x^2 - 6|x| + a) + 26 = \cos\left(\frac{16\pi}{a}\right)$ имеет ровно два корня.

13. При каких значениях параметра b система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ |y| - x = b \end{cases}$$

имеет ровно три решения?